

MIKROEKONOMIE A CVIČENÍ 1

doc. Ing. Magdaléna Drastichová, Ph.D.

2025
Olomouc

EKONOMICKÁ ANALÝZA

- **Základní nástroje ekonomické analýzy** vycházejí z formulací ekonomických modelů a řadíme mezi ně:
 - i. **funkce**
 - ii. **grafy a sklony funkce**
 - iii. **derivace**
- **Funkce** – matematická formulace vztahu, v němž hodnoty určitého počtu nezávisle proměnných určují hodnotu jedné závisle proměnné
- **Lineární funkce** - zachycuje aditivní vazbu mezi nezávisle proměnným

$$y = a + bx$$

- Konstantní funkce $y = a$

Matematické nástroje v ekonomii: Funkce

Funkce je určité pravidlo, které zachycuje vztah mezi dvěma veličinami. Pro každou hodnotu x přiřazuje funkce v závislosti na určitém pravidle jedinou hodnotu y . Potom tedy funkce může být popsána jako něco, co je určeno pravidlem typu „vezmi číslo a umocni ho na druhou“ nebo „vezmi číslo a vynásob jej dvěma“ apod. Konkrétně bychom tyto funkce zapsali jako $y = x^2$ a $y = 2x$. O funkcích se v některých případech mluví také jako o transformacích.

Často si přejeme naznačit, že určitá proměnná y závisí na některé jiné proměnné x , avšak nejsme schopni specifikovat algebraický vztah mezi těmito dvěma proměnnými. V takové případě provedeme zápis $y = f(x)$, což znamená, že proměnná y závisí na proměnné x podle pravidla f .

Proměnná y často závisí na několika různých proměnných x_1, x_2 atd., přičemž tuto skutečnost můžeme vyjádřit jako $y = f(x_1, x_2)$. Tím naznačujeme, že obě proměnné určují společně hodnotu y .

Matematické nástroje v ekonomii: Funkce

- **Nelineární funkce** - zachycující multiplikativní či exponenciální vazbu mezi nezávisle proměnnými
 - multiplikativní $y = b \cdot x_1 \cdot x_2$
 - mocninná $y = x^n$
 - exponenciální $y = b^x$
 - logaritmická $y = \log_b x$

Matematické nástroje v ekonomii: Grafy

- Graf určité funkce: grafické znázornění chování určité funkce; ilustrace, která ukazuje vzájemný vztah mezi 2 nebo více veličinami (proměnnými).
- **Proměnná = předmět zájmu/zkoumání, může být definována a měřena** (cena výrobku, množství produktu, odpracované hodiny, rozloha půdy, teplota, tlak, hmotnost...)
- Vztah mezi proměnnými: přímá nebo nepřímá úměra/závislost, nezávislé veličiny
- Výhoda grafu: přehledný, názorný, srozumitelný.

- ❖ Náležitosti grafu: osy, počátek, popisky os a křivek
 - Osy grafu svislá, vodorovná, měřítko, popisek osy, jednotky

- ❖ Typy grafů: bodový graf, časová řada, sloupcový graf, spojnicový graf, koláčový graf....

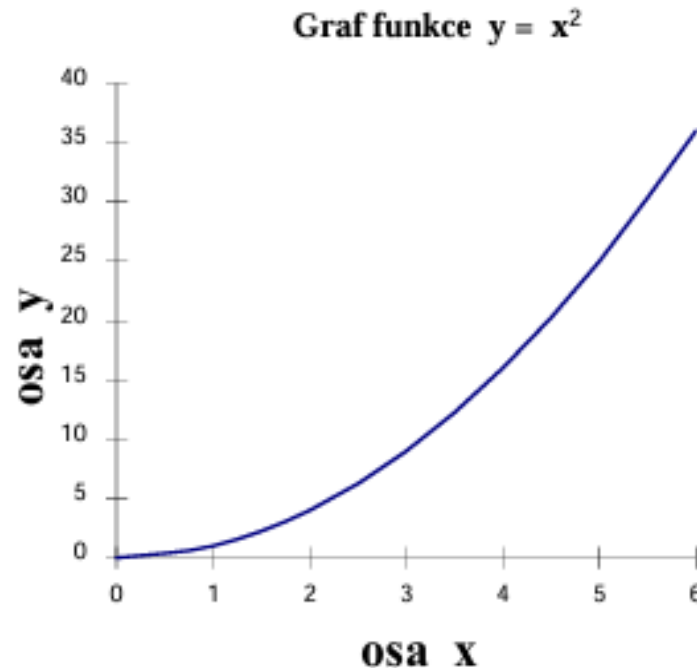
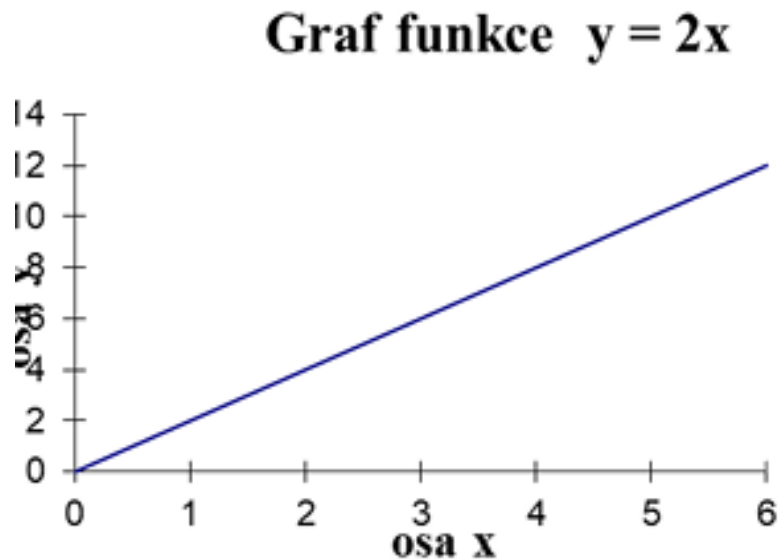
- ❖ **Přímka vs. křivka konvexní, konkávní.**

Matematické nástroje v ekonomii: Grafy

- **Graf** = důležitý nástroj moderní ekonomie: rychlá vizuální prezentaci údajů nebo vztahu mezi dvěma proměnnými.
- 1. **V matematice:** nezávisle proměnná obvykle znázorněna na horizontální ose, závisle proměnné se obvykle vynášejí na vertikální osu. Graf poté indikuje vztah mezi nezávisle a závisle proměnnou.
- 2. **V ekonomii:** běžné grafické znázornění funkce s nezávisle proměnnou na vertikální ose a závisle proměnnou na horizontální ose:
 - Například **FUNKCE POPTÁVKY:** vyjádřena s cenou na vertikální ose a s poptávaným množstvím na ose horizontální.

Matematické nástroje v ekonomii: Grafy

- Grafické znázornění chování určité funkce: umožňuje rychlou vizuální prezentaci údajů nebo vztahu mezi dvěma proměnnými. Obr. 1 – dva grafy funkcí.



- V ekonomii = graf důležitým nástrojem pro vysvětlení ekonomických souvislostí: často zobrazuje

- nezávisle proměnnou (např. cenu) na vertikální ose
- a závisle proměnnou (např. poptávané množství) na horizontální ose

Rovnice a identity:

O rovnici mluvíme v tom případě, kdy se nějaká funkce rovná určitému číslu. Příklady rovnic mohou být: např. $2x = 8$ nebo $x^2 = 9$ anebo $f(x) = 0$.

Řešení rovnice je taková hodnota x , která po dosazení splňuje tuto rovnost. Řešením první rovnice je $x = 4$. Druhá rovnice má dvě řešení $x = 3$ a $x = -3$. Třetí rovnice je obecnou rovnicí. Její řešení nebudeme znát až do okamžiku, dokud se nedozvíme, jaké pravidlo

f reprezentuje. Řešení této rovnice však můžeme označit jako x^* . To prostě znamená, že x^* je takové číslo, že $f(x^*) = 0$. Tehdy říkáme, že x^* splňuje rovnici $f(x) = 0$.

Rovnice a identity:

Identita je takový vztah mezi proměnnými, který platí pro všechny hodnoty těchto proměnných. Zde jsou uvedeny některé příklady identit:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2(x + 1) = 2x + 2.$$

Speciální symbol $\equiv$ znamená, že levá strana a pravá strana se rovnají pro **všechny** hodnoty proměnných. Rovnice platí pouze pro některé hodnoty proměnných, zatímco identita platí pro všechny hodnoty proměnných. Identita často platí v závislosti na definici uvažovaných termínů.

Lineární funkce:

Lineární funkce je funkce, která má podobu $y = ax + b$, kde a a b jsou konstanty. Příklady lineárních funkcí mohou být $y = 2x + 3$ nebo např. $y = x - 99$.

Přesně vyjádřeno, funkce ve formě $y = ax + b$ by se měla nazývat spřízněnou funkcí a pouze funkce $y = ax$ by se měla nazývat lineární funkce. Na tomto rozlišování však nebudeme trvat.

Lineární funkce mohou být vyjádřeny implicitně ve tvaru $ax + by = c$. V takovém případě řešíme tuto funkci často pro y jako funkce x , abychom mohli získat „standardní“ tvar: $y = c/b - a/b \cdot x$.

Sklony, směrnice a průsečíky:

- Většina vztahů v ekonomii – není lineární, nelze je ilustrovat **PŘÍMKOU**, ale **KŘIVKOU**:
 - nutné rozlišovat **SMĚRNICI PŘÍMKY** a **SMĚRNICI KŘIVKY**.

❖ Směrnice přímky

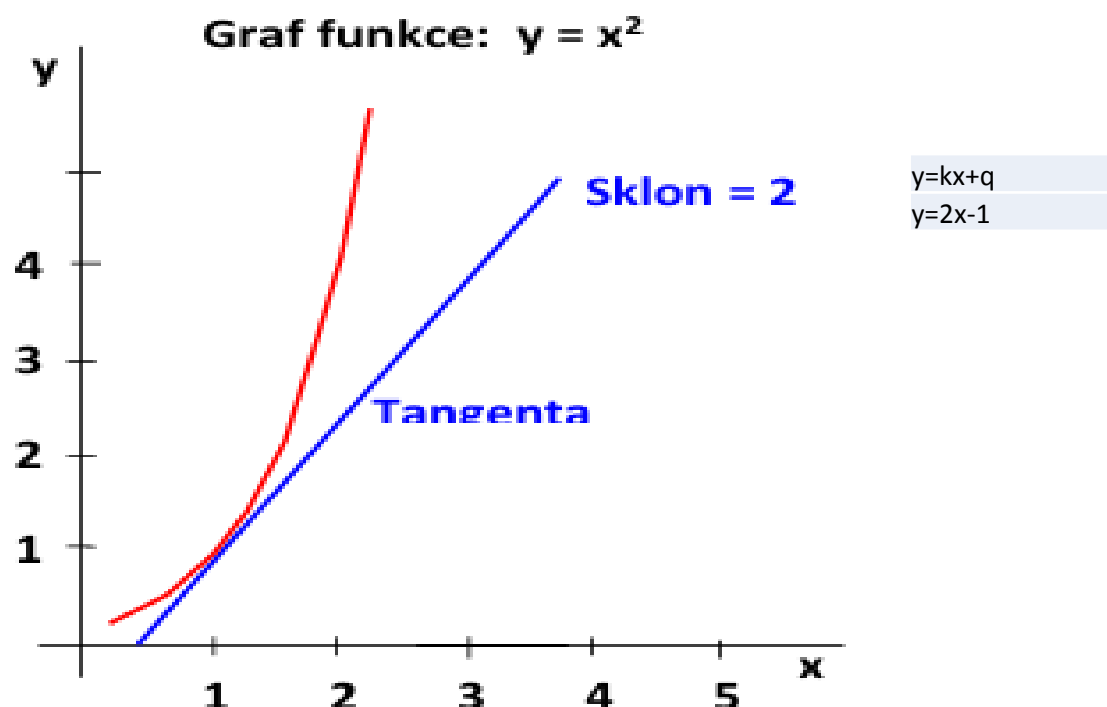
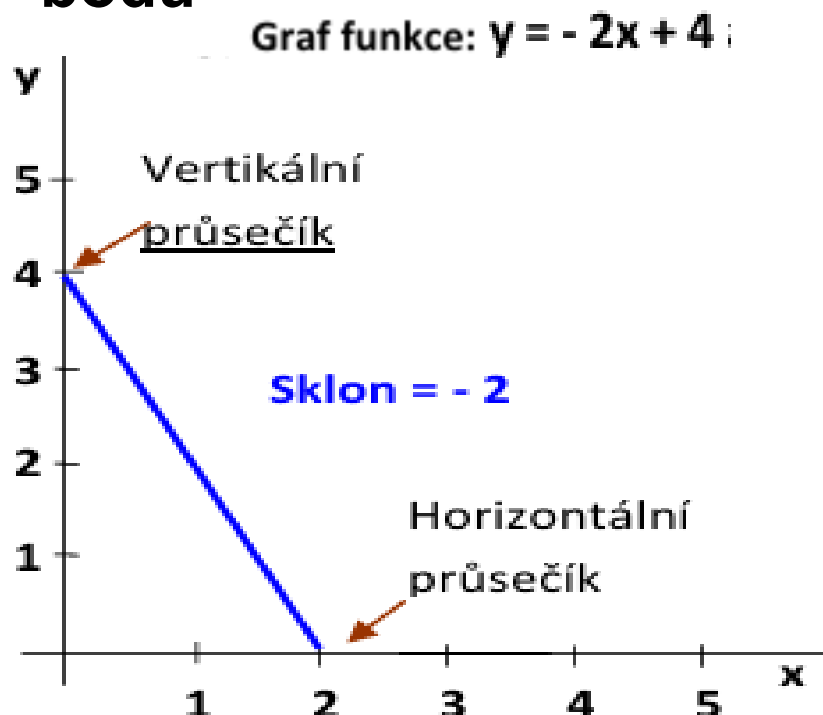
- numerická hodnota, která přímo určuje sklon přímky.
- definovaná jako změna proměnné na vertikální ose (ose y) ke změně proměnné na horizontální ose $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ (x):
- ✓ Směrnice přímky $\frac{\Delta y}{\Delta x}$
- ✓ Směrnice přímky: kladná nebo záporná.
 - Kladná směrnice přímky** = přímo úměrná závislost proměnných
 - Záporná směrnice přímky** = nepřímá úměrnost: růst x je provázen poklesem y – protisměrný vývoj proměnných.
- **Směrnice rovnoběžky s osou x = nula, směrnice rovnoběžky s osou y = nekonečno.**

Sklony, směrnice a průsečíky:

- Sklon přímky = absolutní hodnota směrnice přímky, tj. absolutní hodnota změny proměnné na ose y vůči změně proměnné na ose x (=grafická interpretace).
- Sklon přímky / křivky = vždy vyjádřen číslem:
- O kolik se změní y, změní-li se x o 1 jednotku.
 1. Sklon přímky má konstantní hodnotu.
 2. Křivka – má sklon v různých bodech různý.
- ✓ Absolutní hodnota směrnice křivky udává sklon křivky.
- ✓ Nutné rozlišovat směrnici – sklon křivky v bodě a mezi body.
- A. Směrnici / sklon křivky v určitém bodě určíme tak, že narýsujeme tečnu k zakřivené čáře v tomto bodě:
 - Tečna ke křivce = přímka, která neprotíná křivku, nýbrž se jí pouze dotýká v jediném bodě:
 - Sklon této tečny měří sklon křivky v daném bodě.

Sklony, směrnice a průsečíky:

- B. Sklon křivky **mezi body** = sklon v oblouku: narýsujeme spojnici těchto bodů



- Pozor: Pojem směrnice se někdy zaměňuje se strmostí. Strmost je ale pouze otázkou měřítka grafu.

Sklony, směrnice a průsečíky:

✓ Obecně: jestliže má lineární funkce formu

$$y = ax + b,$$

- i. Vertikální průsečík bude $y^* = b$;
- ii. Horizontální průsečík bude $x^* = -b/a$.

✓ Lineární funkce vyjádřena v podobě

$$a_1x_1 + a_2x_2 = c,$$

- i. Horizontální průsečík odpovídá hodnotě x_1 , pro kterou $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = c/a_1$;
- ii. Pro vertikální průsečík musí platit, že $x_1 = 0$, čemuž odpovídá $x_2 = c/a_2$. Sklon této funkce je $-a_1/a_2$.

Absolutní hodnoty a logaritmy, derivace:

Absolutní hodnota určitého čísla je taková funkce $f(x)$, jež je definována následujícím způsobem:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{jestliže} & x \geq 0 \\ -x & \text{jestliže} & x \leq 0 \end{cases}$$

Potom absolutní hodnota daného čísla může být zjištěna odstraněním znaménka tohoto čísla.

Absolutní hodnota funkce se obvykle zapisuje jako $|x|$.

Absolutní hodnoty a logaritmy, derivace:

(Přirozený) logaritmus neboli $\log x$ popisuje určitou funkci x , kterou zapisujeme jako $y = \ln x$ nebo $y = \ln(x)$. Logaritmická funkce je jediná funkce, pro kterou platí, že

$$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$$

pro všechna kladná čísla x a y

$$\ln(e) = 1.$$

(V této poslední rovnici představuje e základ přirozeného logaritmu, který se rovná 2,7183...). Slovy vyjádřeno, logaritmus součinu dvou čísel se rovná součtu jednotlivých logaritmů těchto čísel. Z této vlastnosti vyplývá i další důležitá charakteristika logaritmů:

$$\ln(x^y) = y \ln(x),$$

z čehož vyplývá, že logaritmus mocniny x^y se rovná y -násobku logaritmu x .

Definice derivace:

Derivace funkce $f(x)$ v bodě x_0 je definována jako limita podílu změny funkční hodnoty a změny argumentu, když tato změna argumentu směřuje k nule.

Matematicky je derivace vyjádřena jako:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x},$$

pokud tato limita existuje.

Definice derivace:

- **DERIVACE** = změna závisle proměnné vztažená k nekonečně malé změně nezávisle proměnné
- $y = x^2$ $y' = 2x$
- Ekonomie interpretuje první derivaci funkce celkové veličiny jako její **MEZNÍ (MARGINÁLNÍ) VELIČINU**:
 1. **MEZNÍ VELIČINA**: vyjadřuje přírůstek závisle proměnné vyvolaný změnou nezávisle proměnné o jednu jednotku;
 2. **PRŮMĚRNÁ VELIČINA**: zachycují podíl závisle proměnné na jednotku nezávisle proměnné.

Význam derivace:

Derivace je limita míry změny y ve vztahu k x pro x blížící se k nule. Derivace dává přesný význam větě „míra změny y ve vztahu k x pro malé změny x “. Derivace $f(x)$ podle x se též označuje jako $f'(x)$.

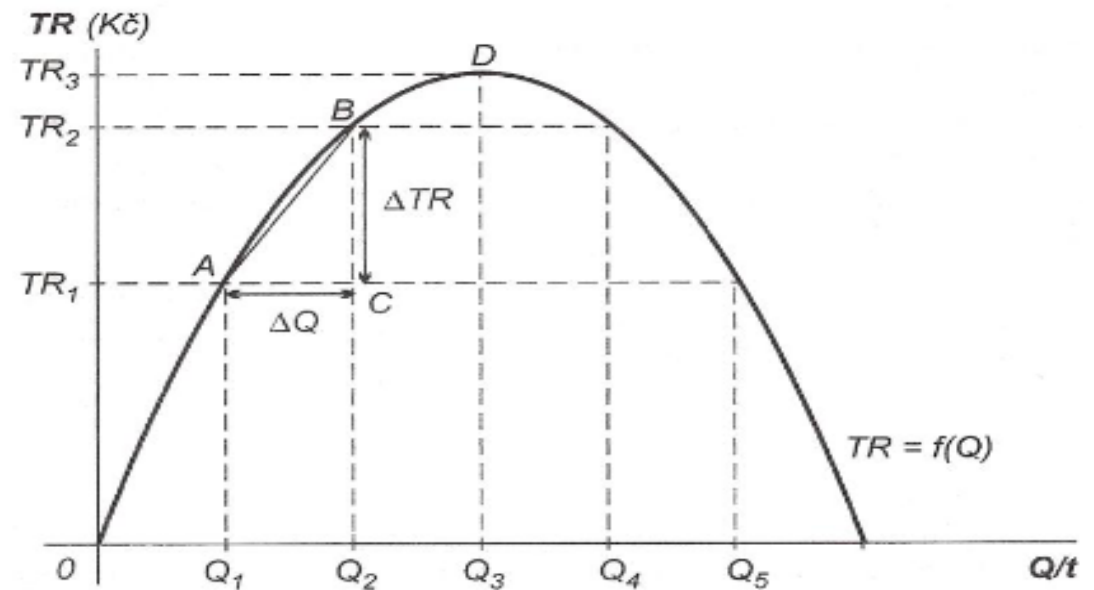
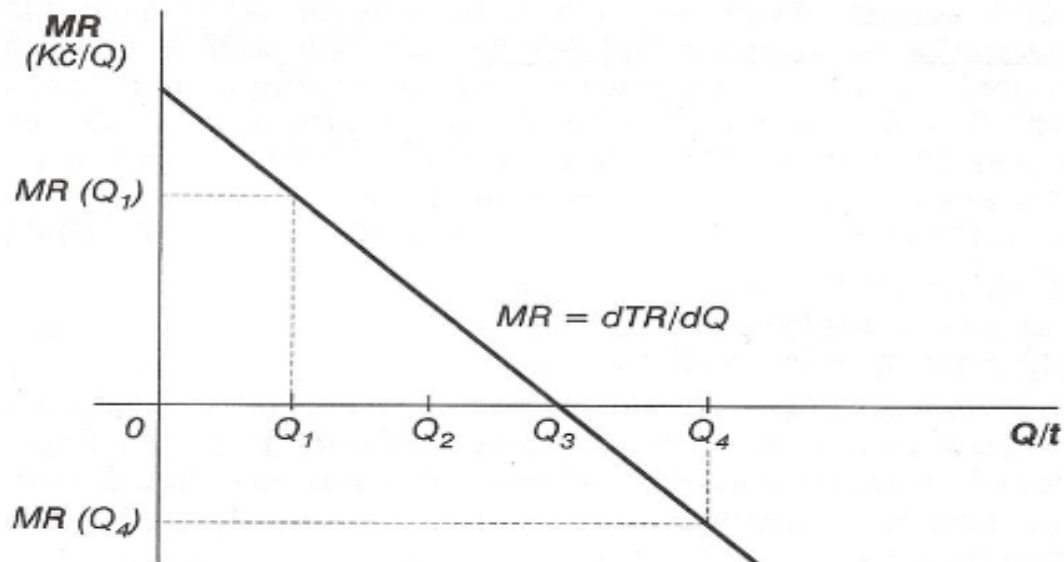
Proto pro tuto konstantní lineární funkci $y = ax + b$ platí:

$$\frac{df(x)}{(dx)} = a.$$

- Derivace udává **rychlost změny** funkce $f(x)$ v bodě x_0 .
- Geometricky představuje **sklon tečny** ke grafu funkce v bodě $(x_0, f(x_0))$.
- V praxi se derivace využívá k analýze chování funkcí, hledání extrémů (maximum, minimum) nebo při modelování dynamických procesů.

Příklady - aplikace: Grafy, sklony, derivace

- Grafickým znázorněním určité funkce je **GRAF**
 - Změna funkce je zde vyjádřena **SKLONEM**.



- Sklon grafu lineární funkce se matematicky vyjadřuje **PRVNÍ DERIVACÍ**.

Vztahy mezi proměnnými:

- **Proměnná – takový předmět zájmu, který může být definován a měřen.**
- ✓ Důležité proměnné zkoumané v ekonomii – ceny, množství, odpracované hodiny, akry půdy, důchody v měnových jednotkách, počte zaměstnanců atd.
 1. V matematice – na osu x nanášíme nezávisle proměnnou a na osu y závisle proměnnou.
 2. V ekonomii jsou osy často přehozeny, tedy: na osu x nanášíme závisle proměnnou a na osu y nezávisle proměnnou, např. funkce nabídky a poptávky.
- Většina **grafických modelů (grafů) ekonomických souvislostí: vyjadřuje vztah mezi dvěma proměnnými veličinami:**
 - vyjadřuje pouze závislost jednoho jevu na jevu druhém a od všech ostatních ekonomických jevů abstrahujeme.

Vztahy mezi proměnnými:

- **Funkční závislost mezi dvěma proměnnými** existuje v případě, že jedna proměnná je závislá na druhé proměnné, tzn., že hodnota závisle proměnné je určena hodnotou nezávisle proměnné.
 - Např. **cena (nezávisle proměnná)** určuje **množství zboží**, které si koupíte (**závisle proměnná**).
- ✓ Tři možné **typy vztahů mezi proměnnými**:
 - **PŘÍMO ÚMĚRNÝ** – kladný vztah, vyjadřující, že růst jedné proměnné je doprovázen růstem druhé proměnné, např. mezi cenou a nabízeným množstvím = funkce nabídky;
 - **NEPŘÍMO ÚMĚRNÝ** – záporný vztah, vyjadřující, že růst jedné proměnné je doprovázen současným poklesem druhé proměnné, např. mezi cenou a poptávaným množstvím = funkce poptávky;
 - **NEUTRÁLNÍ** – vzájemná nezávislost proměnných, to znamená, že růst jedné proměnné nevede ke změně druhé proměnné.

ÚKOLY

❑ ÚKOL 1

- Nakreslete dvě přímky se stejným sklonem, ale různě strmé (ploché).

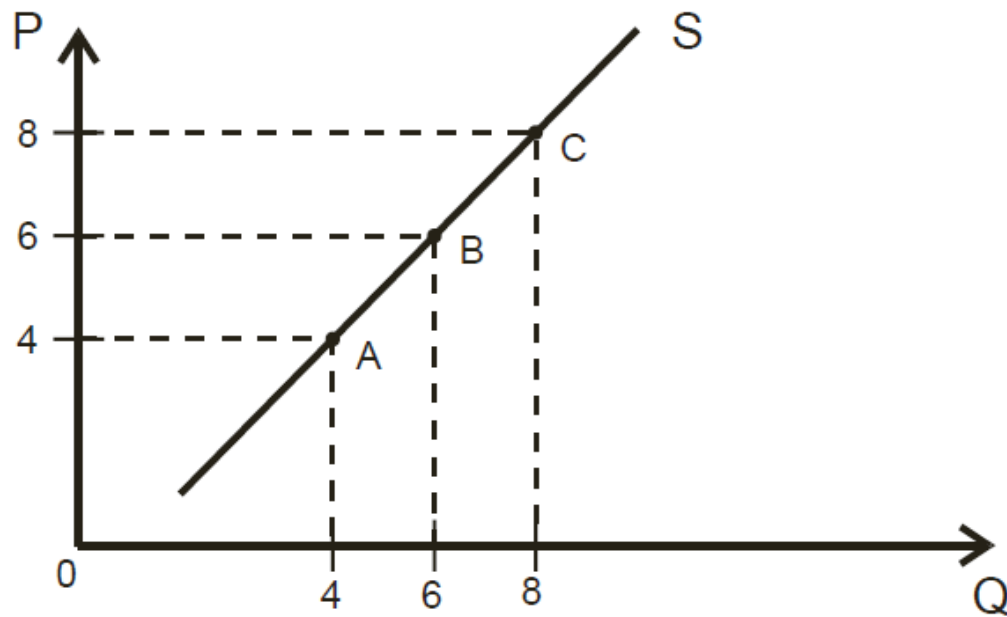
❑ ÚKOL 2

- Nakreslete křivku, která má:
 - sklon 0;
 - sklon nekonečno;
 - pozitivní sklon;
 - negativní sklon.

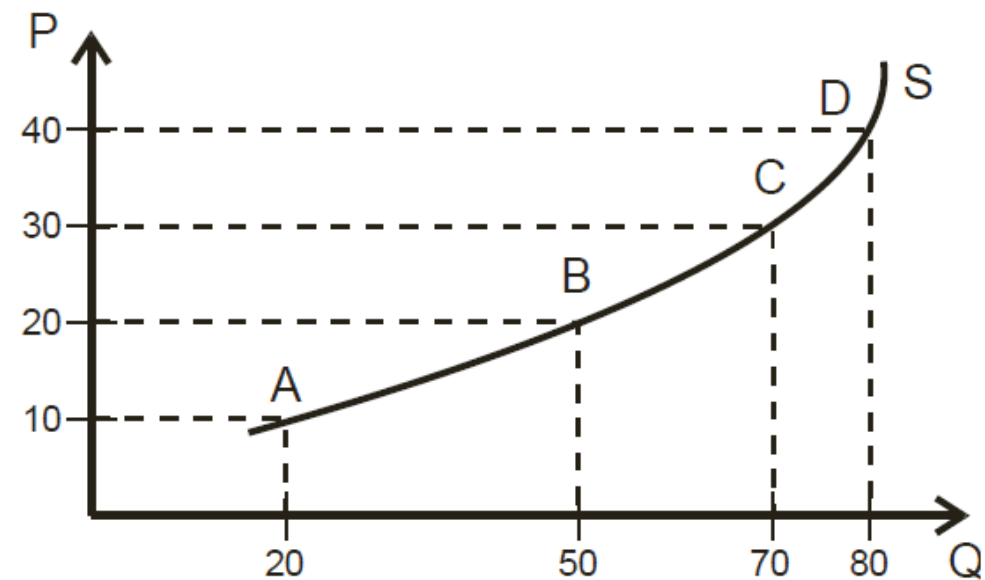
Příklad 1

- Vypočítejte sklon přímky mezi body AB a BC v obrázku 1 a sklon křivky v oblouku mezi body A a B, body B a C a body C a D v obrázku 2. Co můžete říci o sklonu přímky a co o sklonu křivky?

Obrázek 1



Obrázek 2



Příklad 2

- Nakreslete graf vyjadřující závislost prodaného množství zmrzliny na venkovní teplotě.
- Jaký druh úměrnosti existuje mezi oběma proměnnými?
- Co se stane se závislostí mezi proměnnými, když prohodíme veličiny (proměnné) na osách grafu?

Venkovní teplota ve stupních Celsia	Počet prodané zmrzliny v kilogramech
15	5
20	12
25	40
30	100

Příklad 3

- Sestrojte graf poptávkové funkce po jablkách na určitém trhu. Potřebné údaje jsou uvedeny v tabulce. Určete typ závislosti mezi oběma proměnnými.

Cena jablek (P) v Kč/kg osa y	Poptávané množství (Q) v kg osa x
10	100
20	70
30	50
40	40

Příklad 4

Tabulka ukazuje, jak se mění poptávané množství baget v závislosti na změnách ceny baget a na změnách průměrného disponibilního důchodu spotřebitelů. Cena baget P je uvedena v korunách za kus, množství baget Q_1 v kusech je poptáváno při průměrné výši disponibilního důchodu $I_1 = 20\,000$ korun a množství baget Q_2 v kusech je poptáváno při průměrné výši disponibilního důchodu $I_2 = 18\,000$ korun.

Cena P v korunách za kus	Množství Q_1 v kusech (při důchodu $I_1 = 20\,000$)	Množství Q_2 v kusech (při důchodu $I_2 = 18\,000$)
10	100	70
20	70	50
30	50	40
40	40	30

Příklad 4

- a) Nakreslete křivku, která vyjadřuje závislost poptávaného množství baget na ceně baget při úrovni důchodu I_1 .
- b) Rozhodněte, zda při změnách ceny baget došlo ke změně poptávky.
- c) Znázorněte ve stejném grafu změnu, která nastane, jestliže se disponibilní důchod sníží z 20 000 Kč na 18 000 Kč.
- d) Rozhodněte, zda po změně disponibilního důchodu spotřebitelů došlo ke změně poptávky.

Příklad 5

- **Vyhledejte reálný ekonomický problém, který může být modelován pomocí funkce:**
 - **Doporučení: vztah mezi CENOU a POPTÁVANÝM MNOŽSTVÍM.**
 - ✓ **Navrhněte vhodnou funkci a graficky znázorněte, jak by změny ceny ovlivnily poptávané množství.**
 - ✓ **Vysvětlete své zjištění.**

1. Vztah mezi cenou a poptávaným množstvím zboží (klasická poptávková křivka)

- **Problém:** Jak změna ceny ovlivňuje poptávku po určitém zboží, například chlebu.
- **Navrhovaná funkce:** Poptávku lze modelovat pomocí lineární $\hat{Q}_d = a - bP$
 - Q_d : poptávané množství
 - P : cena
 - a, b : parametry, kde $a > 0$ a $b > 0$.

1. Vztah mezi cenou a poptávkou po zboží (klasická poptávková křivka)

Příklad:

- Pokud $a = 100$ a $b = 2$, pak $Q_d = 100 - 2P$.
- Pro $P = 10$: $Q_d = 80$.
- Pro $P = 20$: $Q_d = 60$.

- **Graf:** Lineární poptávková křivka: klesající: vyšší cena snižuje poptávané množství.
- **Vysvětlení:** Křivka ukazuje negativní vztah mezi cenou a poptávkou – čím vyšší cena, tím méně spotřebitelů je ochotno nakupovat.

2. Vztah mezi cenou a poptávkou u luxusního zboží (efekt Veblenova zboží)

- **Problém:** Jak změna ceny luxusního zboží, například diamantů, ovlivňuje poptávku.
- **Navrhovaná funkce:** Poptávka může být modelována pomocí nelineární funkce:
$$Q_d = a + bP^2$$

- Q_d : poptávané množství
- P : cena
- a, b : parametry, kde $b > 0$.

2. Vztah mezi cenou a poptávkou u luxusního zboží (efekt Veblenova zboží)

Příklad:

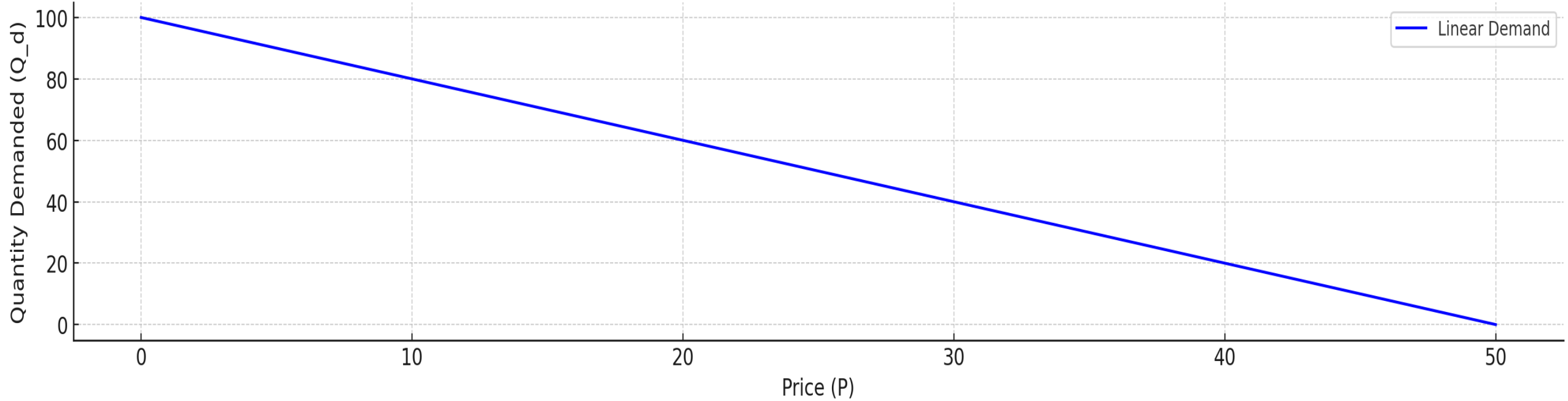
- Pokud $a = 10$ a $b = 0.01$, pak $Q_d = 10 + 0.01P^2$.
- Pro $P = 50$: $Q_d = 35$.
- Pro $P = 100$: $Q_d = 110$.

■ **Vysvětlení:** V případě luxusního zboží může vyšší cena lákat více kupujících,

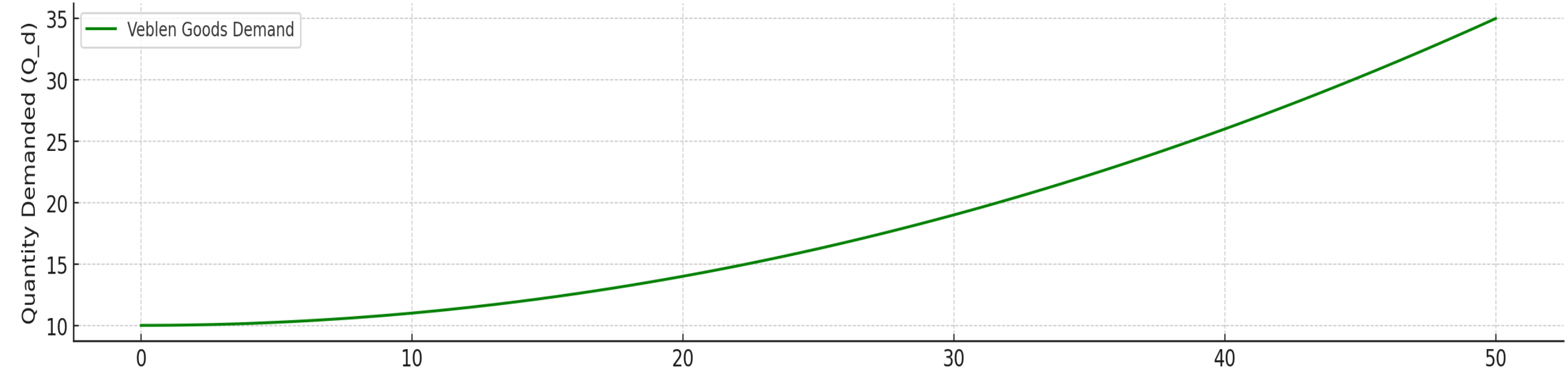
➤ protože cena signalizuje prestiž.

■ **Graf:** Křivka má tvar rostoucí paraboly, protože vyšší cena může zvýšit vnímanou hodnotu luxusního zboží, což vede k vyšší poptávce.

Linear Demand Function ($Q_d = 100 - 2P$)



Veblen Goods Demand Function ($Q_d = 10 + 0.01P^2$)



Hranice produkčních možností (PPF)

- PPF:

- znázorňuje maximální kombinace množství dvou statků, které může společnost vyrobit při plném využití dostupných zdrojů a technologií;
- používána k ilustraci ekonomických konceptů, jako jsou efektivnost, alokace zdrojů, ekonomický růst (posun PPF směrem ven) nebo dopady technologických inovací.

- Klíčové vlastnosti hranice produkčních možností:

- Efektivnost:** Body ležící na hranici představují efektivní alokaci zdrojů, kdy není možné zvýšit produkci jednoho statku, aniž by došlo ke snížení produkce jiného.
- Neefektivnost:** Body uvnitř hranice signalizují nevyužití zdrojů nebo neefektivní alokaci.

Hranice produkčních možností (PPF)

- i. **Nedosažitelnost:** Body ležící mimo hranici jsou při daných zdrojích a technologii nedosažitelné.
- ii. **Náklady obětované příležitosti:** Sklon hranice ukazuje náklady obětované příležitosti, tedy kolik jednoho statku je třeba obětovat pro zvýšení produkce druhého.

- Tvar PPF:

- 1. **Konkávní tvar (běžný):** Odráží rostoucí náklady obětované příležitosti, protože některé zdroje jsou specializované a nejsou stejně efektivní při výrobě obou statků.
- 2. **Lineární tvar:** Naznačuje konstantní náklady obětované příležitosti.
- 3. **Konvexní tvar:** Ojedinělý, signalizuje klesající náklady obětované příležitosti.

Příklad 6

Tabulka popisuje několik efektivních možností produkce dvou plodin, které může produkovat zemědělská farma s využitím všech svých dostupných výrobních faktorů.

Kombinace	Kukuřice (v tunách)	Brambory (v tunách)
A	40	0
B	30	38
C	20	52
D	10	60
E	0	65

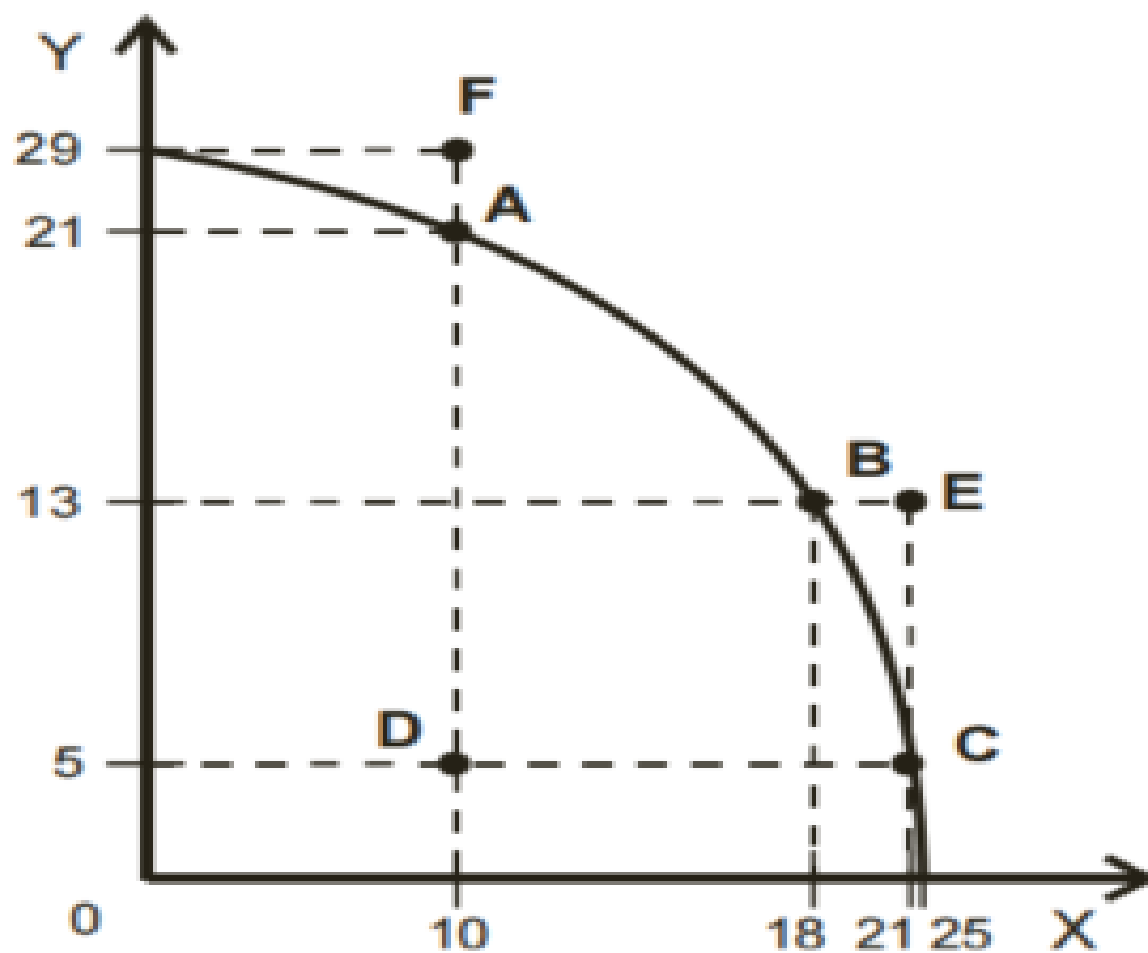
Příklad 6

- a) Sestrojte hranici produkčních možností této farmy (na osu x nanášíte množství brambor a na osu y množství kukuřice).
- b) Jaké souvislosti vyjadřuje mezní míra transformace produktu?
- c) Vypočítejte mezní míru transformace produktu mezi jednotlivými body na hranici produkčních možností, tj. v úsecích AB, BC, CD, DE.
- d) Co se stane s PPF, když družstvo zvýší celkovou obdělávanou plochu o 10%?
- e) Co se stane s PPF při použití nového účinnějšího hnojiva, které o 10% zvýší výnosy obou plodin?
- f) Co se stane s PPF, když družstvo pořídí zavlažovací systém pro pěstování kukuřice, což zvýší výnosy kukuřice o 15 %?
- g) Jaký je rozdíl v účinku jednotlivých faktorů? Jde o růst extenzivní nebo intenzivní?

Příklad 7

- i. Hypotetická ekonomika má s pevně danými zdroji možnost vyrábět kombinace výrobků X a Y znázorněné na PPF body A, B nebo C.
- a) Předpokládejme, že nejlepší varianta výroby z hlediska dosažení zisku je představována bodem B (zisk je 100 tisíc korun), druhá nejlepší možnost je kombinace A (zisk je 50 tisíc korun), třetí v pořadí je C (zisk je 10 tisíc korun). Určete velikost alternativních nákladů rozhodnutí vyrábět kombinaci B (tj. 13 výrobků X a 18 výrobků Y).
 - b) Když dojde ke zlepšení technologie u výroby výrobku Y (*ceteris paribus*), kterým z bodů (D, E, F) bude procházet nová hranice produkčních možností (při zachování původního množství zdrojů)? Znázorněte přesně v grafu a zdůvodněte.

Příklad 7



Příklad 8

Sestrojte přímky zadané následujícími rovnicemi a vypočtete jejich sklony:

$$y = -20 + 3x$$

$$y = 30 - 4x$$

$$y = -40 - 2x$$

$$y = 10 + 5x$$

Příklad 9

Vypočítejte sklon křivky v bodě A.

