

Okruhy k teoretickým otázkám ke zkoušce z P1MEP (XLA) v ZS 2025 (s ukázkami možných otázek)

1. Výroková logika.

Pojmy:

- výrok,
- složený výrok,
- výroková forma,
- pravdivostní hodnota,
- negace, konjunkce, disjunkce, implikace, ekvivalence,
- kvantifikátor.

Ukázka otázek:

- Jaký je rozdíl mezi výrokem a výrokovou formou?
- Uvedte, kdy je pravdivá konjunkce (disjunkce, implikace, ekvivalence)?
- Co je to tautologie (kontradikce)?
- Jak se negují kvantifikované výroky?
- Jak čteme: $\forall x$ a $\exists x$?

2. Množiny. Číselné množiny.

Pojmy:

- operace na množinách (průnik, sjednocení, rozdíl),
- okolí bodu,
- interval (uzavřený, otevřený, omezený, neomezený),
- největší prvek množiny (maximum),
- nejmenší prvek množiny (minimum),
- absolutní hodnota,
- racionální čísla,
- nevlastní čísla (symboly nekonečna),
- rozšířená reálná osa,
- definované a nedefinované operace.

Ukázka otázek:

- Co jsou to racionální čísla?
- Které prvky tvoří sjednocení dvou množin?
- Které prvky tvoří průnik dvou množin?
- Vyjmenujte alespoň 3 neurčité/nedefinované výrazy.
- Jaký je rozdíl mezi uzavřeným a otevřeným intervalem?
- Co je to okolí bodu?

3. Vektory.

Pojmy:

- vektor,
- součet vektorů a jeho geometrický význam,
- násobek vektoru a jeho geometrický význam,
- skalární součin,
- nulový a opačný vektor,
- lineární kombinace vektorů,
- lineární závislost a nezávislost vektorů.

Ukázka otázek:

- Jak se tvoří lineární kombinace vektorů?
- Kdy jsou vektory lineárně závislé a kdy lineárně nezávislé? Uveďte příklady.
- Znázorněte geometricky součet dvou vektorů v rovině.

4. Matice.

Pojmy:

- matice,
- typ matice,
- prvky matice,
- hlavní diagonála matice,
- horní lichoběžníková matice,
- horní trojúhelníková matice,
- horní stupňovitá matice,
- nulová matice,
- čtvercová matice,
- obdélníková matice,
- jednotková matice,
- transponovaná matice,
- násobek matice,
- součet matic,
- násobení matic,
- hodnost matice,
- hodnost horní stupňovité matice,
- ekvivalentní úpravy zachovávající hodnost matice,
- Gaussův algoritmus pro určení hodnosti matice.

Ukázka otázek:

- Jak vypadá matice ve stupňovitém tvaru?
- Která z uvedených matic je horní trojúhelníková?
- Zapište jednotkovou matici E_3 .
- Jak se vytvoří matice transponovaná?
- Co musí splňovat matice, aby se daly sčítat?
- Co musí splňovat matice, aby se daly mezi sebou násobit?
- Vysvětlete, jak byste postupovali při určování hodnosti matice.
- Jak lze využít hodnost matice pro určení lineární nezávislosti vektorů?

5. Determinanty. Inverzní matice.

Pojmy:

- determinant,
- subdeterminant,
- výpočet determinantu (křížové pravidlo, Sarrusovo pravidlo, rozvoj determinantu podle řádku/sloupce (Laplaceova věta), determinant horní trojúhelníkové matice),
- vlastnosti determinantu (úpravy determinantu),
- inverzní matice,
- regulární matice,
- singulární matice,
- vztah hodnoty matice, determinantu matice a existence inverzní matice,
- výpočet inverzní matice pomocí ekvivalentních úprav,
- šifrování zprávy pomocí matice.

Ukázka otázek:

- Co platí pro determinant matice ve stupňovitém tvaru?
- Jaký je rozdíl mezi singulární a regulární maticí?
- Ke které matici lze spočítat matici inverzní?
- Existuje k matici s nenulovým determinantem inverzní matice?
- Čemu se rovná determinant nulové matice?
- Čemu se rovná determinant jednotkové matice?
- Čemu se rovná determinant singulární matice?
- Co musí platit pro matici, která se používá pro šifrování?

6. Soustavy lineárních rovnic.

Pojmy:

- soustava lineárních rovnic,
- matice soustavy,
- rozšířená matice soustavy,
- řešení soustavy,
- Frobeniova věta,
- Gaussova metoda řešení soustav lineárních rovnic,
- Cramerovo pravidlo.

Ukázka otázek:

- Kolik řešení může mít soustava lineárních rovnic?
- Kdy lze použít Gaussovu eliminační metodu a kdy Cramerovo pravidlo?
- Jaký je vztah mezi hodnotami matice soustavy a hodnotami rozšířené matice soustavy (nerovnost)?

7. Číselné posloupnosti. Limita posloupnosti.

Pojmy:

- posloupnost reálných čísel,
- zápis posloupnosti (několika prvními členy, rekurentně, n -tým členem),
- graf posloupnosti,
- vlastnosti posloupnosti (ohraničenost, monotónnost),
- aritmetická posloupnost,
- součet prvních n členů aritmetické posloupnosti,
- geometrická posloupnost,
- součet prvních n členů geometrické posloupnosti,
- vybraná posloupnost,
- vlastní limita posloupnosti,
- nevlastní limita posloupnosti,
- důležité limity (konstantní, mocninné a exponenciální posloupnosti a posloupnosti definující Eulerovo číslo),
- limita součtu, rozdílu, součinu a podílu dvou posloupností,
- vlastnosti limit posloupností (počet limit jedné posloupnosti, vztah limity posloupnosti a limit posloupností z ní vybraných, limita součinu nulové a omezené posloupnosti).

Ukázka otázek:

- Kdy je posloupnost monotónní? Uvedte příklad posloupnosti, která je monotónní.
- Kdy je posloupnost omezená? Uvedte příklad posloupnosti, která je omezená.
- Co je to vybraná posloupnost?
- Může mít jedna posloupnost dvě limity?
- Má každá posloupnost limitu?
- Jak je definováno Eulerovo číslo?

8. Číselné řady. Konvergence číselných řad.

Pojmy:

- číselná řada,
- řada s kladnými (nezápornými, libovolnými) členy,
- součet řady,
- n -tý částečný součet,
- geometrická řada,
- konvergence řady,
- divergence řady,
- limitní podílové kritérium,
- limitní odmocninové kritérium,
- spoření.

Ukázka otázek:

- Může konvergovat řada, jejíž členy se pro $n \rightarrow \infty$ blíží k $\frac{1}{2}$?
- Musí konvergovat řada, jejíž členy se pro $n \rightarrow \infty$ blíží k 0?
- Pomocí kterých kritérií lze rozhodnout o konvergenci řady s nezápornými členy?
- Co plyne z nesplnění nutné podmínky konvergence číselné řady?