

12. Matematické a Statistické Metody v Podnikání

Vítejte na prezentaci o využití matematických a statistických metod v moderním podnikání. Tato prezentace vás provede klíčovými koncepty, softwarovými nástroji a jejich praktickými aplikacemi v obchodním světě. Prozkoumáme, jak tyto metody pomáhají firmám činit informovaná rozhodnutí, optimalizovat procesy a dosahovat lepších výsledků.



by Matěj Sehnal

Matematické metody
umožňují exaktní popis
ekonomických jevů a vztahů
mezi nimi pomocí
univerzálního matematického
jazyka.



Ekonomické hypotézy jsou formulovány matematicky a podrobeny matematickým operacím pro ověření jejich platnosti.



Z ověřených hypotéz jsou vyvozovány obecné ekonomické závěry, které mohou být aplikovány v praxi.

Matematické a statistické metody hrají klíčovou roli v podnikových financích, protože umožňují analyzovat data, předpovídat budoucí finanční trendy, optimalizovat rozhodování a řídit rizika.

Aplikace Matematiky v Obchodním Prostředí

Matematické programování

Využití matematických modelů pro optimalizaci rozhodovacích procesů v podniku, například při alokaci zdrojů nebo plánování výroby.

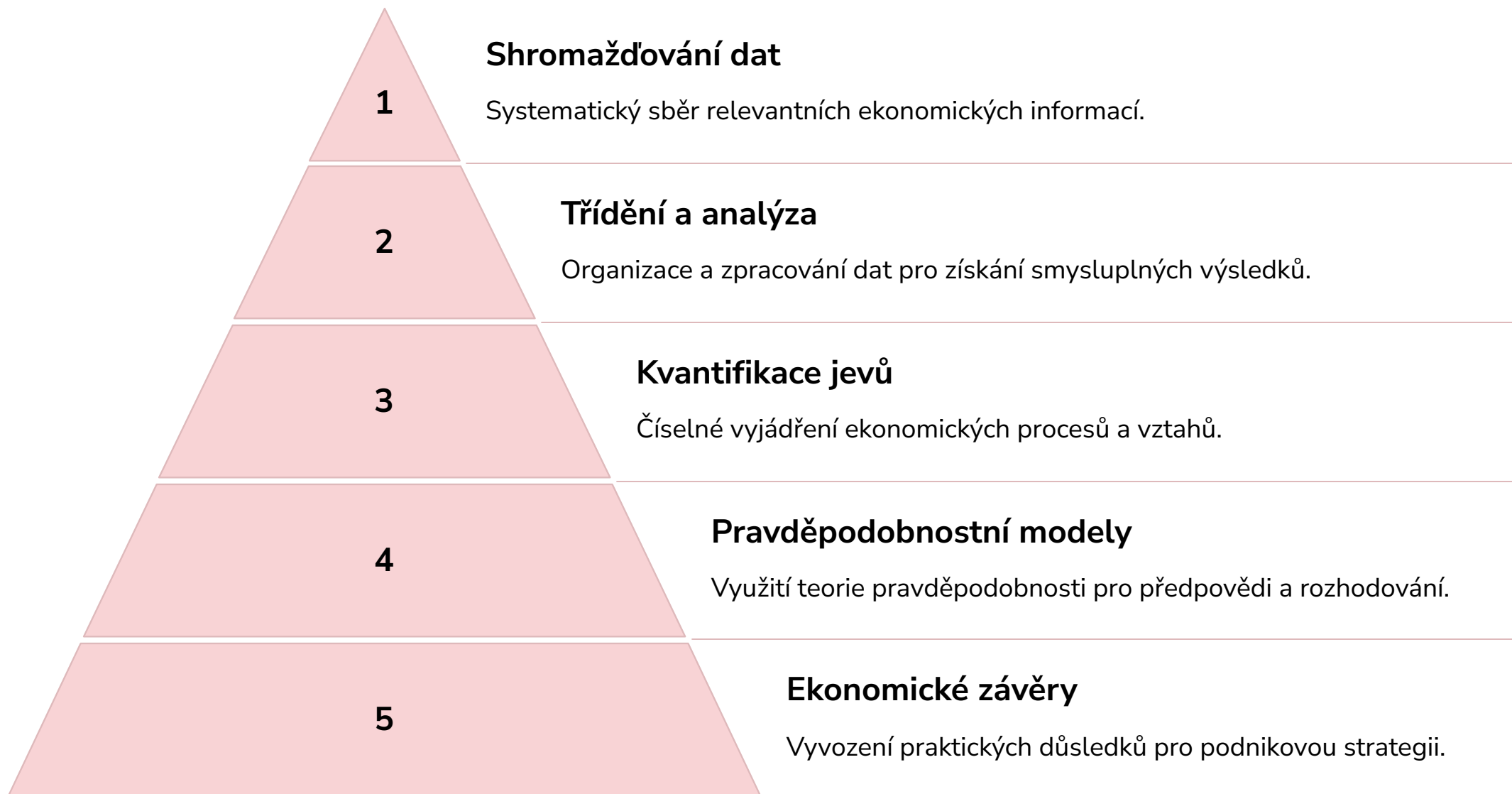
Operační výzkum

Aplikace pokročilých analytických metod pro řešení komplexních problémů a zlepšování rozhodování v organizacích.

Ekonometrie

Kombinace ekonomické teorie, matematiky a statistiky pro analýzu ekonomických dat a předpovídání trendů.

Význam Statistiky v Podnikovém Řízení



Ekonomická Statistika v Praxi

1

Sběr dat

Shromáždění relevantních ekonomických údajů z různých zdrojů v podniku.

2

Analýza trendů

Identifikace dlouhodobých tendencí v ekonomických ukazatelích firmy.

3

Korelační analýza

Zkoumání vzájemných vztahů mezi různými ekonomickými proměnnými.

4

Prediktivní modelování

Vytváření modelů pro předpověď budoucího vývoje klíčových ukazatelů.

5

Rozhodovací podpora

Poskytování statisticky podložených informací pro manažerské rozhodování.

Klíčové Statistické Nástroje v Podnikání



Střední hodnoty

Průměry, mediány a mody pro popis centrálních tendencí dat.



Indexy

Ukazatele změn v čase, například cenové indexy nebo indexy produktivity.



Míry variace

Rozptyl a směrodatná odchylka pro měření rozptylu dat.



Korelační analýza

Měření síly vztahu mezi dvěma proměnnými v ekonomických datech.

1. Matematické metody

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f)$$

A. Časová hodnota peněz (Time Value of Money - TVM)

- **Výpočty:** Současná hodnota (PV), budoucí hodnota (FV), anuitní platby, perpetuity.
- **Využití:** Oceňování investic, analýza úvěrů, plánování důchodů, srovnání projektů.
- **Vzorec** $PV = FV / (1 + r)^n$
- **Modely:** NPV, IRR = RPSN = MWR, TWR, DCF, Durace,...

B. Optimalizační modely

- **Lineární programování (LP):** Optimalizace alokace zdrojů, např. cash flow nebo zásob.
- **Quadratic Programming:** Např. při modelování portfolií pomocí Markowitzova modelu.

C. Modely oceňování cenných papírů

- **CAPM (Capital Asset Pricing Model):** Výpočet nákladů na kapitál, analýza investičních rizik.
- **DCF (Discounted Cash Flow):** Hodnocení investic na základě diskontovaných budoucích cash flow.

D. Finanční deriváty a jejich modelování

- **Black-Scholesův model:** Oceňování opcí.
- **Monte Carlo simulace:** Predikce cen derivátů nebo simulace vývoje cash flow.

1. MATEMATICKÉ MODELY

A. ČASOVÁ HODNOTA PENĚŽ

"3" jednoduché vzorce

$$PMT = \frac{PVA \times i}{1 - (1 + i)^{-n}} \quad PMT = \frac{FVA \times i}{(1 + i)^n - 1}$$

Budoucí hodnota (jednorázového vst. vkladu):

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

- jak se zhodnotí jednorázová vstupní investice?
- o kolik narostou ceny vlivem inflace v budoucnu?
- **složené úročení**

Budoucí hodnota annuity (měsíční splátky):

$$FVA = PMT \times \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

- dávám pravidelný (např. měs.) vklad a ten se úročí, kolik bude celková naspořená částka?

Současná hodnota (budoucích "peněz"):

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

- "mám v budoucnu 100K na účtu, kolik je to (méně) dnes po započtení inflace?"
- **diskontování** = opak složeného úročení

Současná hodnota annuity (měsíční splátky):

$$PVA = PMT \times \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

- chci rentu ve výši PMT, kolik musím mít naspořeno?
- chci splátku ve výši PMT, kolik bude výše hypo?
- PVA = současná hodnota (teď si беру hypo a pak splácím)

Syntaxe funkce v Excelu / Google Sheets

= FV (rate; nper; pmt; [pv]; [type])

= PV (rate; nper; pmt; [fv]; [type])

= PMT (rate; nper; pv; [fv]; [type])

- RATE = úroková sazba, ve vzorečkách jako *i* ("**interest rate**")
- NPER = number of periods = počet úrokových období, ve vzorečkách jako *n* (***n = number of periods = NPER***)
- PMT = pravidelná měsíční platba, ve vzorečkách jako *A* (***anuita, PMT = payment***)
- PV = současná hodnota [nepovinné]
- TYPE = 0 — polhůtní úročení (téměř vždy, defaultně nastaveno); 1 — předlhůtní úročení (téměř nikdy)

Úročitel a diskontní faktor

Úročitel

Úročitel je výraz ve vzorci pro budoucí hodnotu. Představuje míru, jakou se zhodnotí jedna koruna za dané období při dané úrokové sazbě. Čím vyšší je úroková sazba nebo delší doba investice, tím větší je úročitel.

$$(1 + i)^n$$

Diskontní faktor

Diskontní faktor je převrácená hodnota úročitele. Používá se při výpočtu současné hodnoty budoucí částky. Diskontní faktor nám říká, jakou hodnotu má budoucí koruna dnes při dané diskontní sazbě.

$$\frac{1}{(1 + i)^n}$$

Vztah mezi nimi

Úročitel a diskontní faktor jsou vzájemně inverzní. Zatímco úročitel nám pomáhá projektovat hodnotu do budoucnosti, diskontní faktor nám umožňuje převést budoucí hodnotu na současnou. Toto je klíčové pro finanční plánování a oceňování investic.

Všimněte si, že na nich jsou postaveny metody hodnocení investic jako např. NPV, IRR, výpočet RPSN u úvěrů apod.

Problém s anuitami: Periodicita plateb

Roční vs. měsíční platby

Základní vzorce pro anuity předpokládají roční platby a roční úrokovou sazbu. V praxi jsou však anuity často hrazeny měsíčně, což vyžaduje úpravu výpočtů. **Toto ve zde ve vzorcích NENÍ UVEDENO, takže je potřeba "používat rozum".**

Chyba při přepočtu

Častou chybou je pouhé vydělení roční **anuity** dvanácti pro získání měsíční **anuity**. Tento přístup je nesprávný a vede k nepřesným výsledkům.

Správný postup

Pro přesný výpočet měsíční anuity je třeba upravit úrokovou sazbu ($i/12$) a počet období ($n \cdot 12$). Tím zohledníme měsíční úročení a skutečný počet plateb.

SAZBU ($I=RATE$) DĚLÍM

OBDOBÍ ($N=NPER$) NÁSOBÍM

Poznámka: v praxi se lze ojediněle setkat i s jinou než měsíční/roční periodicitou. Prioritou je ale zvládat bravurně právě tyto dvě nejběžnější, proto od ostatních upustíme.

Poznámka 2: nechávat to ve zlomku, neprovádět dílčí výpočty, neprovádět dílčí zaokrouhlení!!! ANO: **4%/12** NE: **0,0033%**

Znaménka u výpočtů v Excelu



—

Záporné znaménko (-)

Reprezentuje peněžní tok směrem ode mne - investice, splátka úvěru. Znamená, že peníze opouštějí můj účet.



Pravidlo rovnováhy

V každém výpočtu musí být alespoň jedna hodnota (FV nebo PV) se záporným znaménkem pro zachování finanční rovnováhy.

+

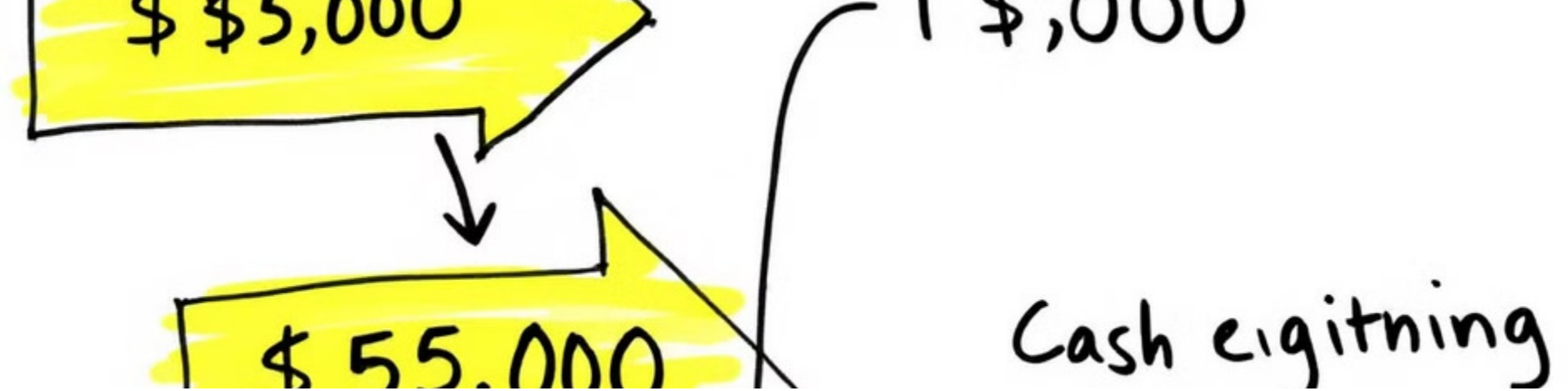
Kladné znaménko (+)

Reprezentuje peněžní tok směrem ke mně - příjem z investice, získání úvěru. Znamená, že peníze přicházejí na můj účet.



Praktické použití

Správné použití znamének je klíčové pro přesné výpočty a interpretaci výsledků ve finančním plánování a analýzách.



Money-Weighted Return

$$\sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} = 0$$

- **Matematická metoda:** Vnitřní míra návratnosti (Internal Rate of Return - IRR).
- MWR zohledňuje velikost a načasování peněžních toků (např. vklady nebo výběry z portfolia). Hlavní myšlenkou je, že výnos je vážen podle množství peněz, které je v daném čase investováno.
- **Metoda výpočtu:** Numerická metoda iterace (např. Newton-Raphson) je často potřebná, protože IRR nelze obvykle vyřešit analyticky.
- Bere v úvahu vliv velikosti a načasování peněžních toků, což je důležité pro investory, kteří aktivně přidávají nebo odebírají prostředky.

MWR — příklad

Investor vložil prostředky a získal výnosy podle následující tabulky:

Rok	Peněžní tok (CF)	Poznámka
0	-100 000	Počáteční investice (výdaj)
1	20 000	Příjem
2	30 000	Příjem
3	50 000	Příjem
4	30 000 + 10 000	Konečný příjem + výběr investice

Rok	Peněžní tok (CF)	Poznámka
0	−100,000	Počáteční investice (výdaj)
1	20,000	Příjem
2	30,000	Příjem
3	50,000	Příjem
4	40,000	Konečný příjem + výběr investice

Hledáme MWR...

$$-100,000 + \frac{20,000}{(1+r)^1} + \frac{30,000}{(1+r)^2} + \frac{50,000}{(1+r)^3} + \frac{40,000}{(1+r)^4} = 0$$

- iterativně odhadneme **13,5 %** nebo použijeme funkci =IRR() v excelu.

Základní principy durace dluhopisů

1

Inverzní vztah cen a úrokových sazeb

Obecně platí, že pokud úrokové sazby stoupají, cena dluhopisů klesá a naopak. To je způsobeno tím, že stávající dluhopisy přestávají být pro investory zajímavé, protože úrokové sazby vzrostly a investoři by tak mohli požadovat vyšší výnos, kdyby měli možnost své peníze zainvestovat dle "nových úrokových podmínek".

2

Vliv na hodnotu dluhopisů

Hodnota níže úročeného dluhopisu tak klesá, protože jsou na trhu možnosti zhodnocení "půjčky" vyšším úrokem. Při poklesu úrokových sazeb naopak rostou valuace dluhopisů, protože mají vyšší úrokové sazby (před poklesem) a jsou tak zajímavější než nově dostupné možnosti s nižšími úrokovými sazbami.

3

Definice durace

Durace dluhopisů měří váženě-průměrnou dobu, za jakou dostane investor zpět své investované peníze. Durace je vždy kratší nebo rovna době splatnosti dluhopisu.

Faktory ovlivňující duraci dluhopisů

1 Výplata kuponu

Když dluhopis vyplácí kupon (úrok), dostane své peníze investor průměrně dříve (část investované částky se vrací už v době výplaty kuponu).

2 Dluhopisy bez kuponu

Když dluhopis kupon nevyplácí, je durace zpravidla delší, protože investovaná částka se postupně "nesplácí", nýbrž je zaplácena až na úplném konci.

3 Zero-coupon bonds

Tzv. zero-coupon bonds se emitují s diskontem a ve splatnosti dluhopisu se vrací nominální hodnota.





Durace kuponového dluhopisu

Definice durace kuponového dluhopisu

Durace kuponového dluhopisu je komplexnější koncept, který bere v úvahu pravidelné platby kuponu a jejich vliv na celkovou návratnost investice.

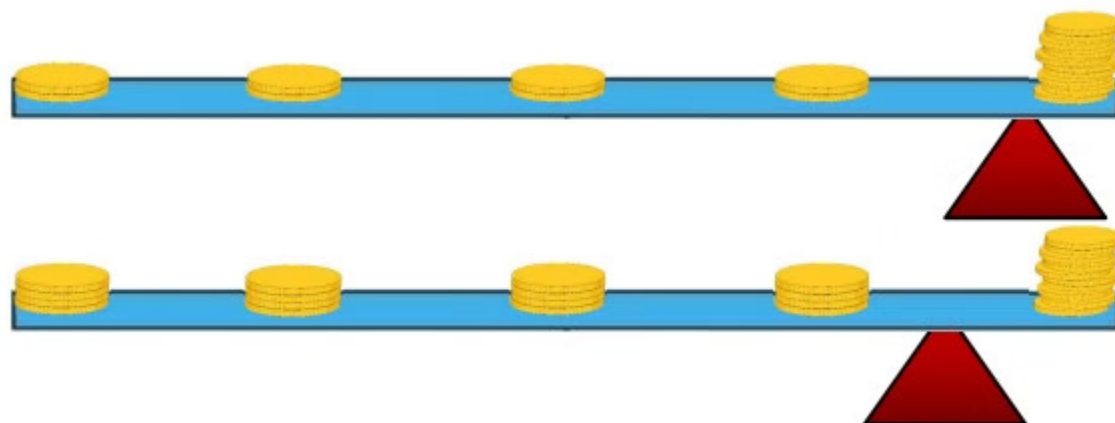
Výpočet durace

Výpočet durace kuponového dluhopisu zahrnuje zohlednění časové hodnoty peněz a diskontování budoucích peněžních toků.

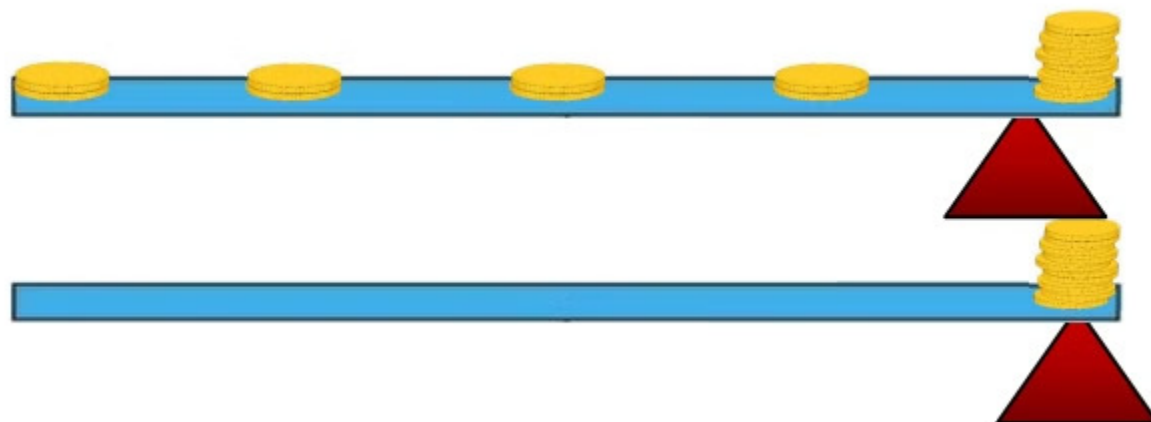
Význam pro investory

Pochopení durace kuponového dluhopisu je klíčové pro investory, kteří chtějí efektivně řídit své portfolia a hodnotit rizika spojená s změnami úrokových sazeb.

Durace kuponového dluhopisu:



Durace bezkuponového dluhopisu:



P1 — Durace

1

Parametry dluhopisu

Představ si, že máš dluhopis s následujícími parametry:

- Jmenovitá hodnota dluhopisu: 1 000 Kč
- Roční kupónová sazba: 5 % (tedy 50 Kč ročně)
- Doba splatnosti: 3 roky
- Diskontní sazba: 4 %

2

Kroky výpočtu

Chceme vypočítat Macaulayovu duraci tohoto dluhopisu. 1) Zjistíme diskontované hodnoty každé platby a její váhu; 2) Vypočítáme současnou hodnotu dluhopisu (celkovou cenu) — Současná hodnota = diskontované hodnoty všech plateb; 3) Vypočítáme váženou dobu každé platby a celkovou duraci.

3

Výsledek

Celková současná hodnota dluhopisu (cena dluhopisu) je přibližně 1 027,75 Kč a Macaulayova durace dluhopisu je přibližně 2,86 let. Ale proč...

P1 — Durace, postup:

1. Výpočet současné hodnoty každé platby:

- Kupónová platba v roce 1: $\frac{50}{(1+0,04)^1} = \frac{50}{1,04} = 48,08 \text{ Kč}$
- Kupónová platba v roce 2: $\frac{50}{(1+0,04)^2} = \frac{50}{1,0816} = 46,15 \text{ Kč}$
- Platba v roce 3 (kupón + jistina): $\frac{1050}{(1+0,04)^3} = \frac{1050}{1,12486} = 933,52 \text{ Kč}$

2. Celková současná hodnota dluhopisu = součet diskontovaných plateb

$$VH = 48,08 + 46,15 + 933,52 \text{ Kč} = \mathbf{1027,75 \text{ Kč}}$$

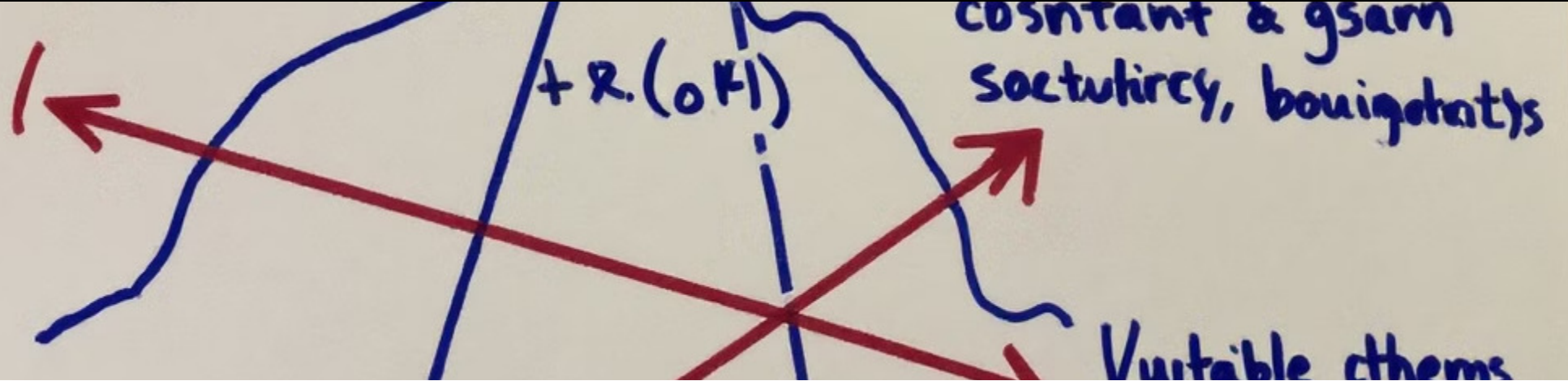
3. Výpočet vážené doby pro každou platbu a celková durace

- Vážená doba (durace) každé platby je její současná hodnota vynásobená časem v letech, což pak dělíme celkovou cenou dluhopisu.
- Vážená doba pro rok 1: $\frac{48,08 \times 1}{1027,75} = 0,0468$
- Vážená doba pro rok 2: $\frac{46,15 \times 2}{1027,75} = 0,0898$
- Vážená doba pro rok 3: $\frac{933,52 \times 3}{1027,75} = 2,7247$

$$\text{Celková durace} = \text{součet vážených dob} = 0,0468 + 0,0898 + 2,7247 = \mathbf{2,861 \text{ let.}}$$

1. MATEMATICKÉ MODELY

B. OPTIMALIZAČNÍ MODELY



Lineární programování

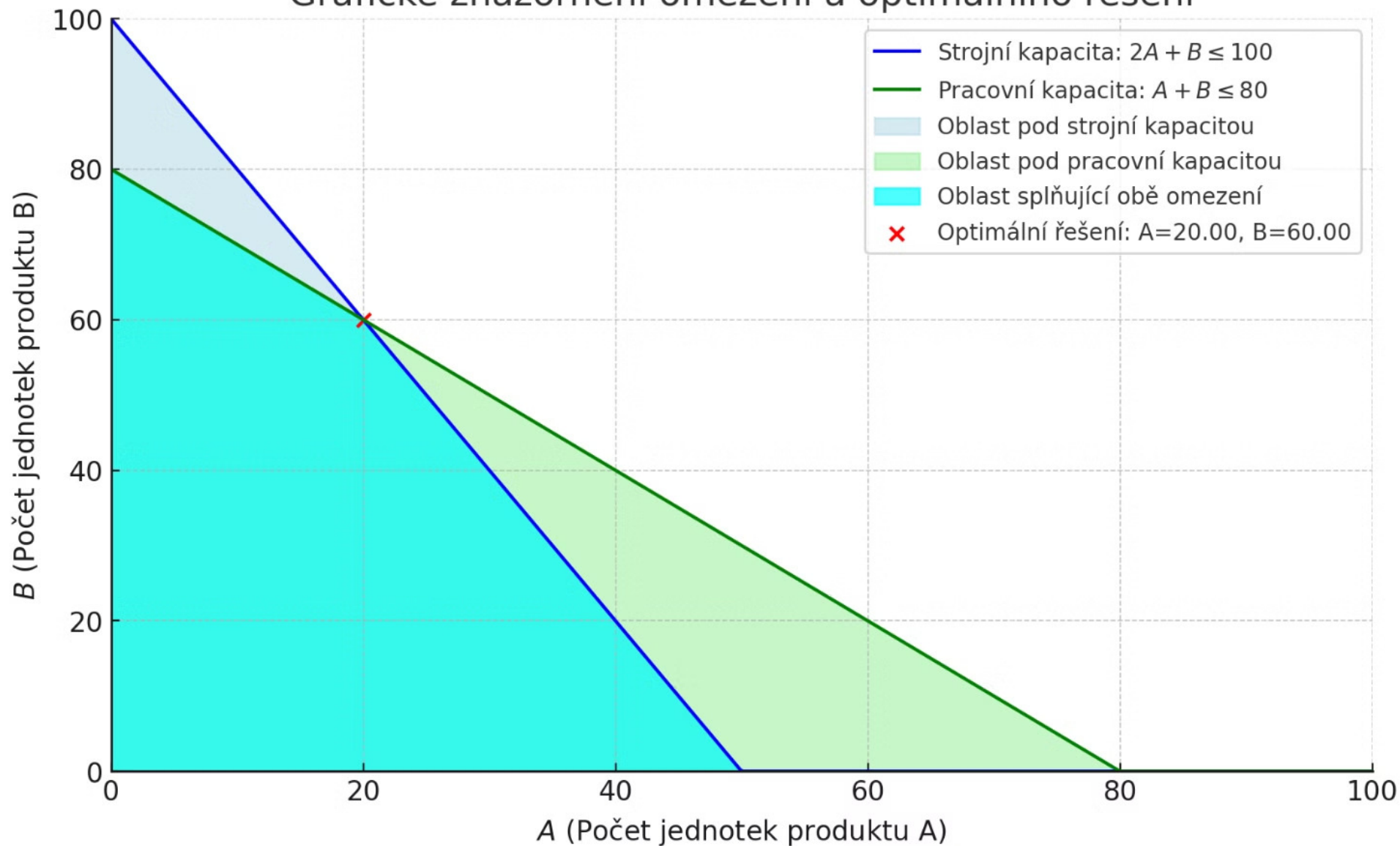
- K optimalizaci (max/min) cílové funkce za určitých podmínek, které jsou vyjádřeny pomocí lineárních rovnic nebo nerovnic.
- **Nerovnice** = je větší než, je menší než, v grafu ne přímka, ale celá plocha pod (nad) přímkou.
- Prvek omezení — restrikce (dostupné zdroje, kapacity výroby,...)
- Proměnné — hodnoty, které hledáme a které ovlivňují cílovou funkci (počet jednotek produktů, kt. mají být vyrobeny).

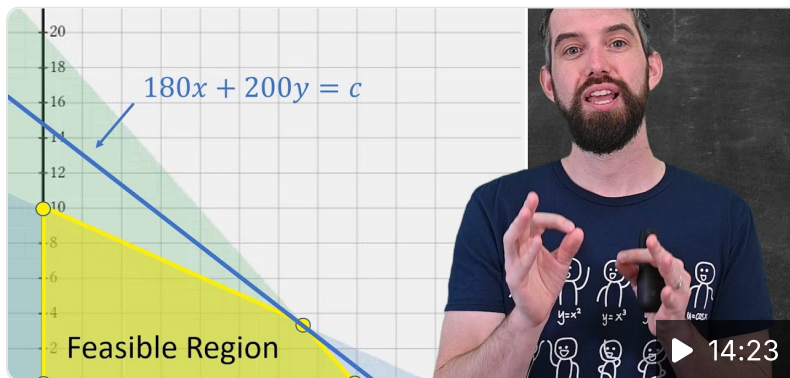
Lineární programování — formulace problému

Firma vyrábí dva produkty, A a B. Každý produkt vyžaduje čas na strojích a práci zaměstnanců. Firma chce maximalizovat svůj zisk.

- Cílová funkce (zisk): $Z = 40A + 30B$ = lineární funkce, má exponenty 1
- Omezení:
 - Strojní kapacita: $2A + B \leq 100$, produkt A vyžaduje 2 hodiny strojního času na výrobu jedné jednotky a produkt B pouze 1 hodinu (viz koeficienty). Dohromady je k dispozici 100 hodin strojního času.
 - Pracovní kapacita: $A+B \leq 80$, 80 hodin lidské pracovní kapacity, každá jednotka produktu A i produktu B vyžaduje 1 hodinu lidské práce.
 - Nezápornost: $A, B \geq 0$
- Shrnutí: hledáme výsledek cílové funkce za podmínek (omezení) daných dvěma nerovnicemi.

Grafické znázornění omezení a optimálního řešení





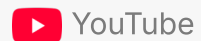
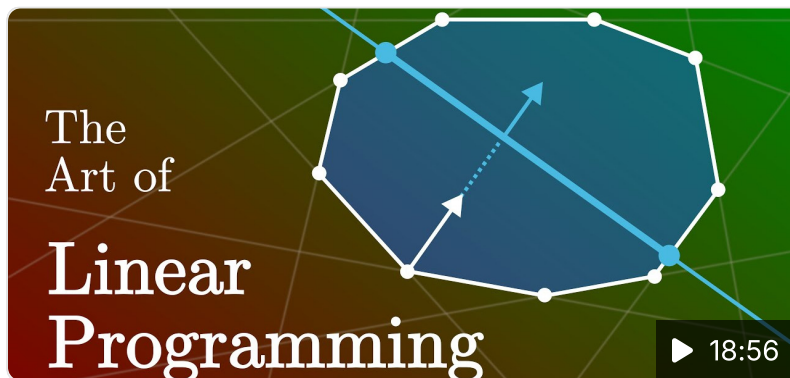
YouTube



Intro to Linear Programming

This optimization technique is so cool!! Get Maple Learn

► <https://www.maplesoft.com/products/learn/?p=TC-9857> Get the free Maple...



The Art of Linear Programming

A visual-heavy introduction to Linear Programming including basic definitions, solution via the Simplex method, the principle of duality and Integer Linear...



Kvadratické programování

Příklad použití

1. Portfoliová optimalizace:

- Cílem je minimalizovat riziko (měřené jako rozptyl výnosů) při daném očekávaném výnosu.
- Kvadratická cílová funkce: riziko je kvadraticky závislé na vahách aktiv.

2. Strojové učení:

- V **support vector machines (SVM)** se používá QP k nalezení optimální hyperroviny, která maximalizuje separaci mezi třídami.

3. Ekonomické modelování:

- Modelování situací, kde se náklady nebo výnosy mění kvadraticky s rozhodovacími proměnnými.

4. Výrobní plánování:

- Optimalizace výroby, kde se náklady mění kvadraticky (např. díky úsporám z rozsahu).

Kvadratické programování

Lineární programování (LP)	Kvadratické programování (QP)
Cílová funkce je lineární	Cílová funkce je kvadratická
Omezení jsou lineární	Omezení zůstávají lineární
Používá se pro jednodušší optimalizační problémy	Používá se pro složitější problémy s nelineárními vztahy

Řešení pomocí:

- **Numerické metody:** Jako je algoritmus aktivních množin nebo metoda gradientů.
- **Software:**
 - Python: Knihovny jako `cvxpy`, `quadprog` nebo `scipy.optimize`.
 - MATLAB: Funkce `quadprog`.
 - Excel: Dodatečné add-iny.

Two Inequality Constraints and Input Constraints

$$\min_{x_1, x_2} \quad cost = 0.4x_1^2 - 5x_1 + x_2^2 - 6x_2 + 50$$

$$\text{s.t.} \quad x_2 - x_1 \geq 2$$

$$0.3x_1 + x_2 \geq 8$$

$$0 \leq x_1 \leq 10$$

$$0 \leq x_2 \leq 10$$

▶ 18:50



Overview of Quadratic Programming (QP)

How to formulate a quadratic programming (QP) problem



1. MATEMATICKÉ MODEL Y

C. MODEL Y OCEŇOVÁNÍ CENNÝCH PAPÍRŮ

CAPM = Capital Asset Pricing Model

Klíčové myšlenky

1. Systematické riziko vs. nesystematické riziko:

- **Systematické riziko** (tržní riziko): Riziko, které nelze diverzifikovat (např. změny úrokových sazeb, ekonomická recese).
- **Nesystematické riziko**: Riziko specifické pro konkrétní firmu nebo odvětví, které lze diverzifikovat investováním do různých aktiv.

2. Beta (β):

- Beta měří citlivost návratnosti konkrétního aktiva na změny celkového trhu.
- $\beta > 1$: Aktivum je volatilnější než trh.
- $\beta < 1$: Aktivum je méně volatilní než trh.

3. Odměna za riziko:

- Investoři očekávají vyšší návratnost za přijetí vyššího rizika.

4. Alfa (α):

- Alfa představuje rozdíl mezi skutečnou návratností aktiva (R_i) a návratností, kterou předpovídá CAPM ($E(R_i)$):
- **kladná alfa** = Aktivum nebo portfolio překonalo očekávání daná CAPM. Například pokud CAPM očekává 8% návratnost, ale aktivum skutečně dosáhne 10%, má **alfa hodnotu 2 %**.

CAPM Rovnice

CAPM rovnice

$$E(R_i) = R_f + \beta_i \cdot (E(R_m) - R_f)$$

Kde:

- $E(R_i)$: Očekávaná návratnost aktiva i .
- R_f : Bezriziková sazba (např. výnos státních dluhopisů).
- β_i : Beta aktiva i (měřítko systematického rizika aktiva vzhledem k trhu).
- $E(R_m)$: Očekávaná návratnost tržního portfolia.
- $E(R_m) - R_f$: Tržní riziková prémie (odměna za přijetí systematického rizika).

CAPM Příklad

Investor zvažuje investici do akcie A:

- Bezriziková sazba (R_f) = 2 %. Například výnosy státních dluhopisů.
- Očekávaná návratnost trhu $E(R_m)$ = 8 %.
- Beta akcie (β_A) = 1,5 což znamená, že je akcie volatilnější než trh (trh vzroste o 2 % a akcie o 3 % a vice versa).

Použijeme vzorec pro CAPM:

$$E(R_A) = 2 \% + 1,5 \times (8 \% - 2 \%) = 11 \% \text{ očekáváme tedy výnos } 11 \%.$$

Doplňující otázka: Skutečný výnos akcie RA byl 10,5 %. Kolik je alfa?

CAPM Shrnutí

Předpoklady CAPM modelu

1. Investoři jsou racionální a riziko averzní.
2. Trh je efektivní (všechny informace jsou okamžitě zohledněny v cenách aktiv).
3. Neexistují transakční náklady ani daně.
4. Bezriziková sazba je stejná pro všechny investory.
5. Investoři mohou půjčovat a investovat za bezrizikovou sazbu.

Praktické využití CAPM modelu

1. **Oceňování akcií:**
 - Pomáhá určit, zda je akcie nadhodnocená nebo podhodnocená.
 - Pokud skutečná návratnost akcie R_i přesahuje očekávanou návratnost $E(R_i)$, je akcie podhodnocená.
2. **Stanovení nákladů na kapitál:**
 - Používá se k výpočtu nákladů na vlastní kapitál (R_e) v rámci modelu **WACC (vážený průměr nákladů na kapitál)**.
3. **Porovnání investic:**
 - Srovnání výnosů různých aktiv při zohlednění jejich rizik.

Diskontované Peněžní Toky

Metoda diskontovaných peněžních toků (DCF) oceňuje podnik na základě současné hodnoty jeho budoucích volných peněžních toků, diskontovaných alternativním nákladem kapitálu.

Klíčovými vstupy jsou **odhad budoucího volného cash flow (FCF)** a stanovení **vážených průměrných nákladů kapitálu (WACC)** jako diskontní sazby.

Pokračující hodnota po konci prognózovaného období je vypočtena pomocí Gordonova vzorce, který zohledňuje předpoklad trvalého růstu FCF.

Zjednodušeně: odhadovaná hodnota podniku dnes na základě budoucích výnosů.



Discounted Cash Flow Model

User-Year	2014									
Year	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
User-Free Cash Flow						\$38,260	\$45,234	\$56,118	\$65,149	\$59,475
Growth							18.23%	24.06%	16.09%	-8.71%

Growth Rate:	11%
Average Growth Rate:	12.42%

Year	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	Terminal Value
Future Free Cash Flows	66,017	73,279	81,340	90,287	100,219	111,243	123,480	137,062	152,139	2,399,119
PV of FFCF	60,566	61,678	62,809	63,962	65,135	66,331	67,548	68,787	70,049	1,013,414

Perpetual Growth Rate:	2.50%
Discount Rate (WACC):	9.00%

Sum of FCF	1,600,278
Cash & Cash Equivalents	75,531
Total Debt	67,127
Equity Value	1,608,682
Shares Outstanding	7,430
DCF Price per Share:	216.51

USD

Current Price:	425.4
Difference:	-49.11%

Shares Outstanding = 7.43B

Dividendový diskontní model

$$VH = \frac{D}{r_e - g}$$

- VH = vnitřní hodnota akcie, r_e = očekávaná výnosnost, g ($< r_e$) = očekávaná míra růstu dividend,
- Výše dividend v čase roste:
 - Průměrná výše růstu dividend je 5 % p.a. (platí pro S&P 500 od roku 1990)
 - Neplatí to samozřejmě pro každou akcii, ale průměrně pro celý trh)

Výhody DDM

1. Jednoduchý a přímočarý model.
2. Používá konkrétní fundamentální data (dividendy).
3. Funguje dobře u společností s dlouhou historií dividend

Nevýhody DDM

1. **Závislost na dividendách:** Nehodí se pro firmy, které dividendy nevyplácejí.
2. **Citlivost na odhad r a g :** Malé změny v těchto hodnotách mohou výrazně ovlivnit výsledek.
3. **Neaplikovatelnost na mladé firmy:** Firmy v růstu často nevyplácejí dividendy.

$$\text{DRL-1,400} \times \$16.00\% = \$,276,000$$

Internal rate of return

Internal rate of return

\$5,600%

\$5,000%

DDM — příklad

Akcie vyplácí dividendu 32 \$, (očekávaná dividend v příštím roce je 32 \$) průměrný růst dividend, kterého akcie v posledních 20 letech dosahovaly, je 5 % p.a. Jaká je vnitřní hodnota této akcie, pokud očekávaná míra výnosnosti je 10 % p.a.? Jaká je vnitřní míra výnosnosti této akcie, pokud je očekávaný výnos 8 % p.a.?

$$VH = 32 / (10 \% - 5 \%) = 640 \$$$

$$VH = 32 / (8 \% - 5 \%) = 1067 \$$$

Dividend Discount Model

$$P = \frac{D_1}{r - g}$$

P = stock price

D_1 = value of next year dividend

r = constant cost of equity capital

g = constant growth rate in perpetuity

Year	2018	2019	2020	2021	2022
User Dividend Q. Payout					
Yearly Dividends	0	0	0	0	0
Growth Rate					

Average Growth Rate:		
WACC/Discount Rate:	9.43%	

Actual Year Dividend
3.30 (0.77%)

DDM Price per Share: USD

Current Price:	425.4
Difference:	

CAPM

Risk-free rate of return + Beta * (Market rate of return - Risk-free rate of return)

Beta	0.90
The current risk-free (1 Year USA Treasury Rate)	4.28%
The long-term average rate of return for the market(S&P 500)	10%
	9.43%

1.206

DDM

(expected dividend / actual price) + growth rate

0.00%

2. Statistické metody

A. Popisná statistika

- **Průměr, medián, odchylka, rozptyl:** Popis finančních dat, jako je návratnost investic, výnosy akcií.
- **Kovariance a korelace:** Vztahy mezi dvěma proměnnými (např. mezi různými aktivy v portfoliu).

B. Regresní analýza

- **Jednoduchá a vícenásobná regrese:** $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \epsilon$
 - **Využití:** Analýza faktorů ovlivňujících ceny akcií nebo predikce výnosů.

C. Analýza časových řad

- **Modely ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average):** Predikce finančních časových řad, jako je cash flow nebo vývoj akciových indexů.
- **Sezónnost a trendové analýzy:** Detekce opakujících se vzorů v datech.

D. Hypotézové testování

- **T-test, F-test, ANOVA:** Porovnání výnosů různých investic nebo testování vlivu strategií.
- **Chi-kvadrát test:** Testování nezávislosti mezi kategoriálními daty.

E. Monte Carlo simulace

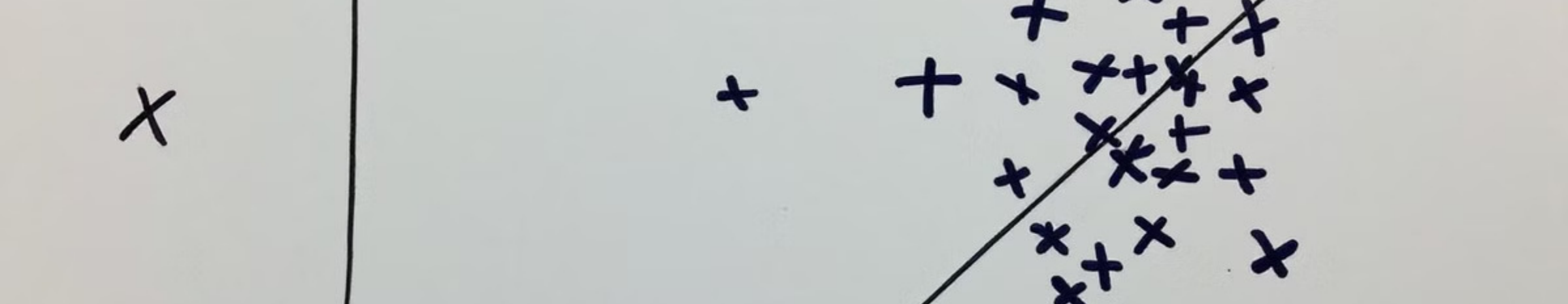
- Simulace budoucích scénářů pomocí náhodných vstupů. Používá se při analýze rizik, oceňování investic a predikci.

F. Value at Risk (VaR)

- Kvantifikace maximální možné ztráty portfolia s danou pravděpodobností.

2. STATISTICKÉ METODY

A. Popisná statistika



Průměr, medián, rozptyl, odchylka...

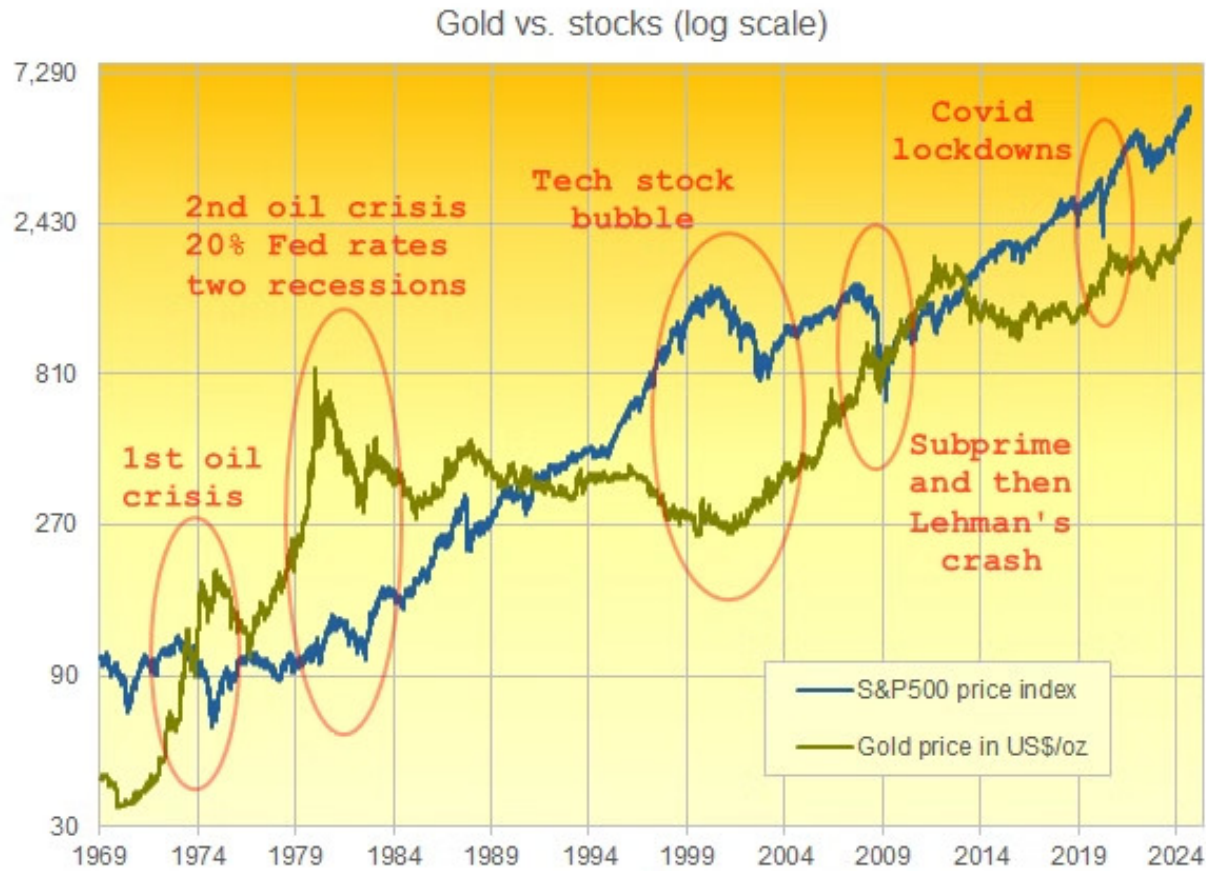
... už známe...

Kovariance

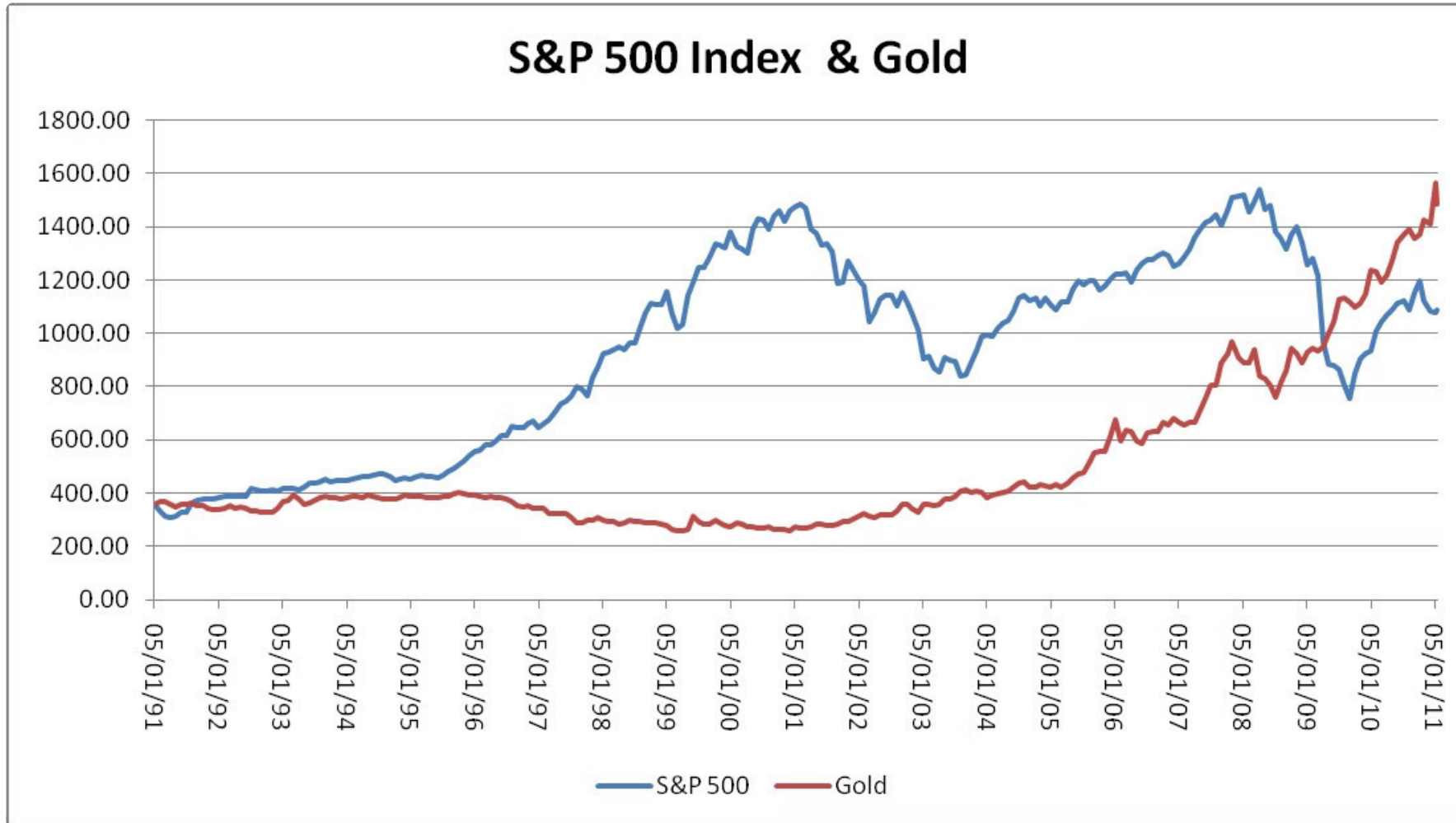
Kovariance je statistická míra, která popisuje, jak se dva náhodné proměnné pohybují společně. Udává, zda se hodnoty dvou proměnných mění stejným směrem, opačným směrem, nebo zda jsou nezávislé.

- Pozitivní kovariance: pokud X roste, Y také roste, negativní vice versa.
- používá se k výpočtu korelace

Negativní korelace



Negativní korelace





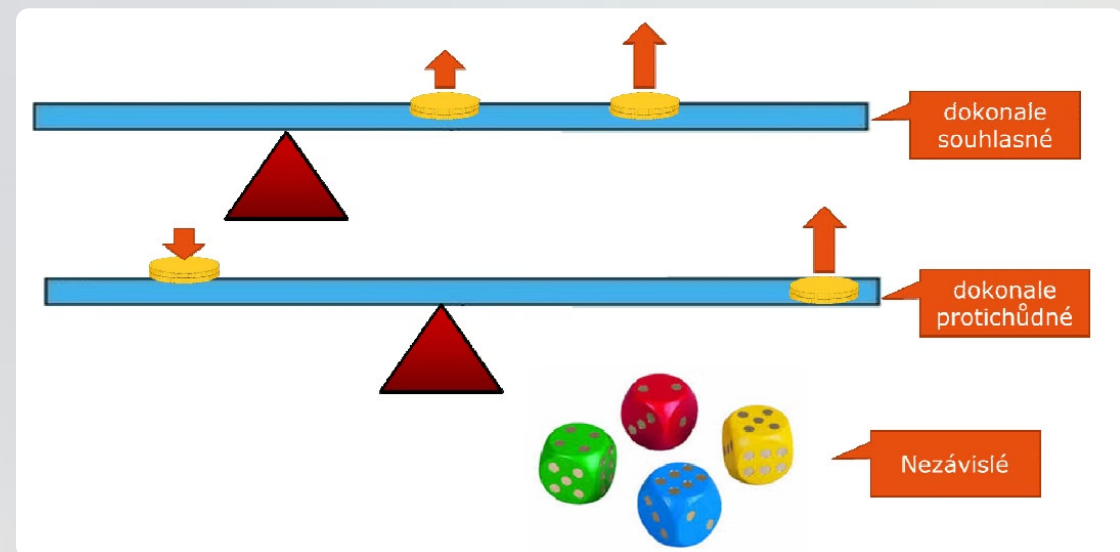
PROČ JDE ZLATO "DO PROTIVKY" OPROTI AKCIÍM?

PROČ MÁ ZLATO NEGATIVNÍ KORELACI S AKCIEMI?

PROČ KDYŽ AKCIE KLESAJÍ, ZLATO ROSTE A NAOPAK?

Korelace

- Statistická míra — vyjadřuje sílu a směr vztahu mezi dvěma proměnnými.
- Diverzifikace je tím lepší, čím méně pozitivně korelující aktiva máme (čím dál od 1 směrem k -1).
- Vyjadřuje, jak moc spolu dvě veličiny souvisí — jak např. změna v jedné veličině ovlivňuje druhou.
- Nabývá hodnot od -1 do 1 :
 - 1 = dokonale souhlasné = přesná závislost
 - Kladná = chovají se podobně, jedna proměnná roste a druhá také, např. **teplota + prodej zmrzliny**
 - 0 = zcela nezávislé, např. **denní teplota a výška člověka**
 - Záporná = chovají se spíše opačně, jedna proměnná roste a druhá klesá, např. **cena benzínu a spotřeba benzínu**
 - -1 = dokonale protichůdné
- **KORELACE NEZNAMENÁ KAUZALITU:** Zvýšení prodeje zmrzliny a počet útoků žraloků mají pozitivní korelaci, ale skutečným důvodem je teplé počasí.



2. STATISTICKÉ METODY

B. Regresní analýza

Regresní analýza

Regresní analýza je statistická metoda používaná k modelování a analýze vztahů mezi jednou závislou proměnnou (označovanou také jako vysvětlovaná nebo predikovaná) a jednou nebo více nezávislými proměnnými (označovanými jako vysvětlující nebo prediktory). Cílem je zjistit, jakým způsobem jsou proměnné vzájemně propojeny, a případně vytvořit model pro predikci závislé proměnné.

Příklady využití

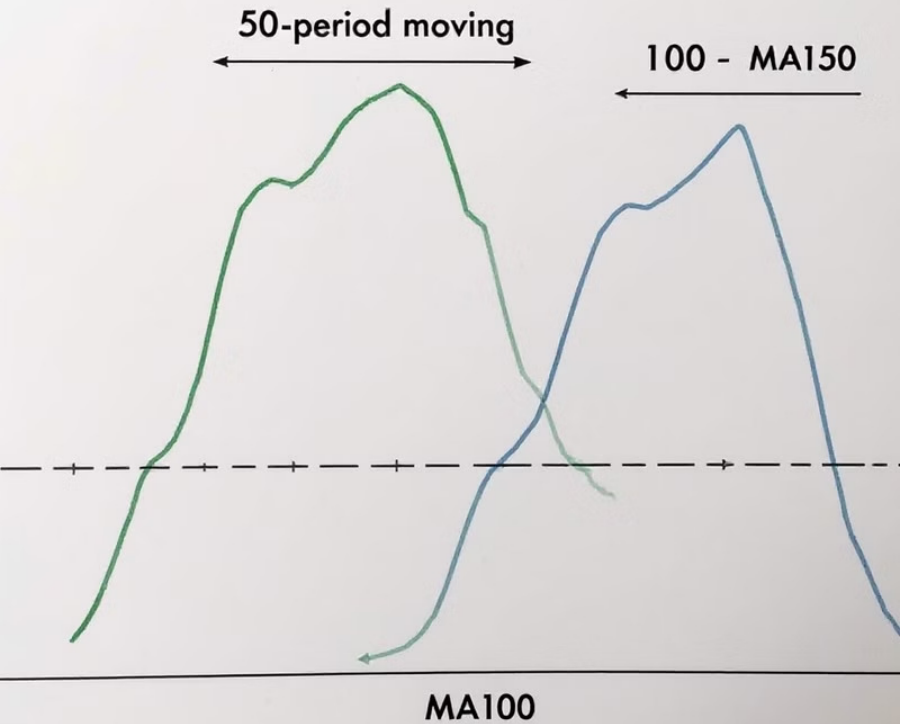
- **Finance:** Predikce cen akcií na základě ekonomických ukazatelů.
- **Ekonomie:** Zjištění vlivu vzdělání na příjem.
- **Marketing:** Predikce poptávky na základě ceny a reklamy.
- **Věda:** Modelování vlivu faktorů na experimentální výsledky.

2. STATISTICKÉ METODY

C. Analýza časových řad

MOVING AVERAGES

here and the moving average is in stoothe mooving effect
uaniged in the smoothiny of the averyine.



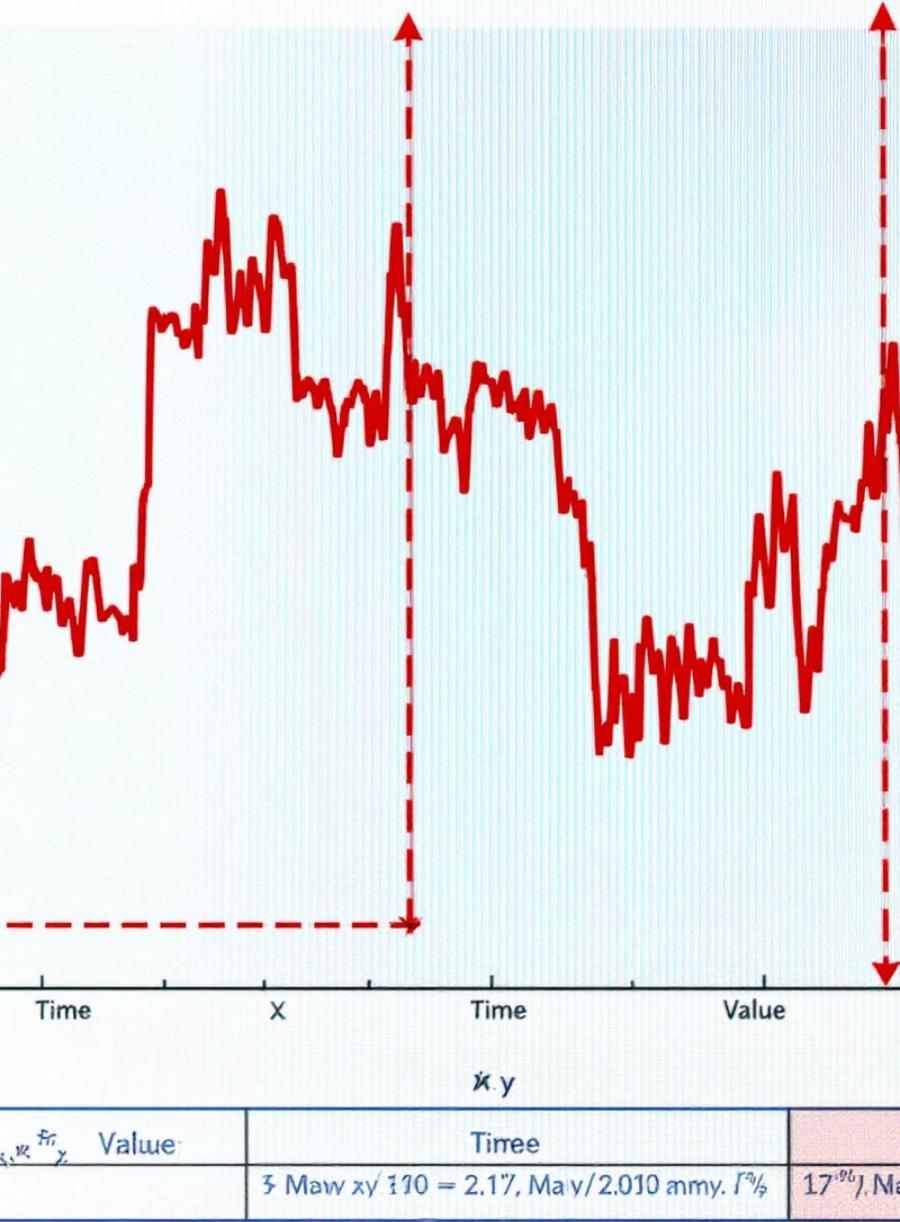
ARIMA = Moving average, varianty

- Moving average = klouzavý průměr,
- Klouzavý průměr: s každou novou hodnotou ta poslední "vypadne" z průměru,
- obdoba TTM = trailing twelve months
- typy klouzavých průměrů:
 - MA20
 - MA50
 - MA100

ational fulcating values of a moving average

10denní Klouzavý Průměr Z Technické Analýzy

	Day	Close Price	MA10	
1	1	100		
2	2	102		
3	3	101		
4	4	105		
5	5	107		
6	6	110		
7	7	108		
8	8	109		
9	9	111		
10	10	115	106.8	
11	11	117	108.5	
12	12	116	109.9	
13	13	120	111.8	
14	14	122	113.5	
15	15	125	115.3	
16	16	127	117.0	



2. STATISTICKÉ METODY

D. Hypotézové testování

Viz předešlá přednáška.

2. STATISTICKÉ METODY

E. Monte Carlo simulace

Monte Carlo simulace

- Matematická technika používaná k modelování a analýze systémů nebo procesů, které mají inherentní nejistotu nebo náhodnost.
- Využívá opakované náhodné vzorkování k simulaci možných výsledků a odhadu jejich pravděpodobnosti.

Princip Monte Carlo simulace

1. Náhodné vzorkování:

- Simulace generuje velký počet náhodných hodnot na základě pravděpodobnostního rozdělení vstupních proměnných (např. normální, uniformní, exponenciální).

2. Výpočet výsledků:

- Pro každou sadu vstupních hodnot se vypočítá odpovídající výstup (např. čistá současná hodnota, riziko, návratnost).

3. Opakování:

- Proces se opakuje mnohokrát (typicky tisíce až miliony iterací), aby bylo možné vytvořit distribuční křivku výsledků.

4. Analýza výsledků:

- Na základě výsledných dat je možné analyzovat pravděpodobnosti různých scénářů, střední hodnoty, směrodatnou odchylku a další statistiky.

Použití Monte Carlo simulace

1. Finance:

- Odhad hodnoty portfolia při různých scénářích trhu.
- Oceňování opcí a derivátů.
- Simulace čisté současné hodnoty (NPV) investičních projektů při nejistých vstupech.

2. Inženýrství a řízení rizik:

- Hodnocení pravděpodobnosti poruchy systému.
- Analýza nejistoty v plánování projektů.

3. Ekonomie:

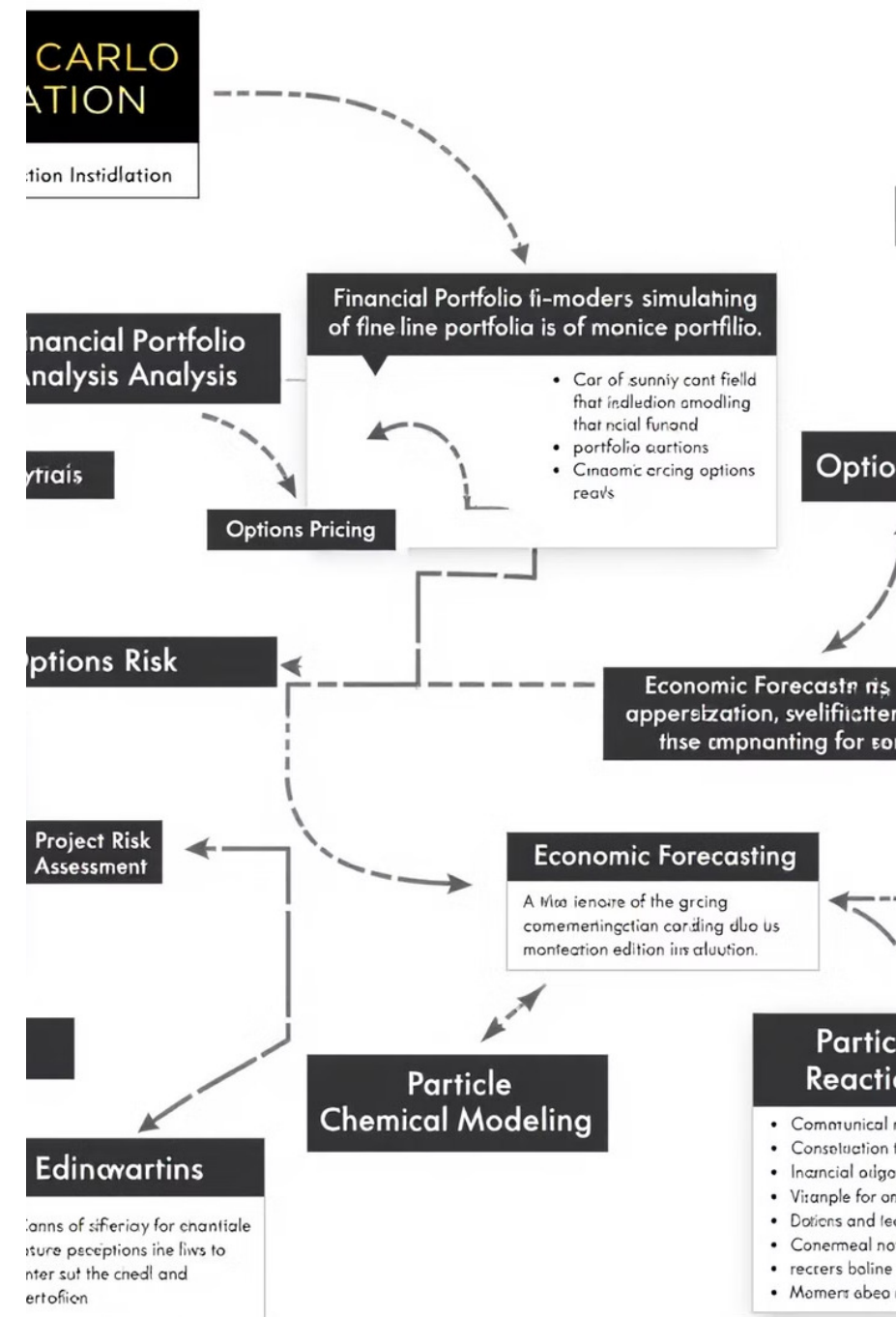
- Předpovědi růstu ekonomiky pod různými scénáři.

4. Věda a technika:

- Simulace šíření částic nebo chemických reakcí.

5. Pojišťovnictví:

- Hodnocení rizika a pravděpodobnosti výplaty pojistného.



Praktický příklad: Odhad čisté současné hodnoty projektu

$$NPV = \sum_{t=1}^5 \frac{CF_t}{(1+r)^t} - \text{Investice}$$

Firma zvažuje investici do projektu. Peněžní toky jsou nejisté a závisí na ekonomických podmínkách. Odhadněme hodnotu projektu pomocí Monte Carlo simulace.

1. Vstupy: počáteční investice **1 mil. Kč**, roční peněžní tok: normální rozdělení se střední hodnotou **300 tis. Kč** a směrodatnou odchylkou **50 tis. Kč**, počet let: **5**, diskontní sazba: **10 %**.
2. Postup: generujeme 10 000 náhodných vzorků ročních peněžních toků na základě normálního rozdělení, pro každý vzorek vypočítáme NPV, poté **analyzujeme výsledky: průměrné NPV, pravděpodobnost ztrát atd.**

Softwarový Produkt FinAnalysis

Účel

FinAnalysis je určen pro rychlou a účinnou analýzu ekonomických dat firmy, prezentovanou tabulkami a grafickými výstupy.

Cílová skupina

Vhodný pro majitele firem, manažery a hlavní účetní, kteří potřebují přehledné a graficky zpracované výsledky hospodaření.

Funkcionalita

Umožňuje rozbor účetních výkazů (rozvaha, výsledovka, cash flow) za až třináct účetních období.

Výstupy

Poskytuje více než 50 stran tiskových výstupů ve formě tabulek a grafů, zobrazujících vývoj sledovaných veličin.



Klíčové Funkce FinAnalysis

1

Horizontální a vertikální analýzy

Umožňuje sledovat změny v čase a strukturu finančních výkazů.

2

Rozbory struktury

Analyzuje majetkovou strukturu, strukturu zásob, pasiv, výnosů a nákladů.

3

Poměrové ukazatele

Vypočítává klíčové finanční poměry pro hodnocení výkonnosti podniku.

4

Bankrotní a bonitní modely

Poskytuje komplexní hodnocení finanční situace a predikci budoucího vývoje.



Uživatelé FinAnalysis a Jejich Potřeby



Manažeři

Využívají informace pro dlouhodobé a operativní řízení podniku, rozhodování o finančních zdrojích a alokaci prostředků.



Zaměstnanci

Mají zájem na prosperitě a stabilitě podniku, často jsou motivováni hospodářskými výsledky.



Investoři a společníci

Sledují návratnost a zhodnocení vložených prostředků, zajímají se o dividendy a růst hodnoty akcií.



Dodavatelé a zákazníci

Zajímají se o solventnost, likviditu a dlouhodobou stabilitu podniku pro zajištění obchodních vztahů.



Využití FinAnalysis pro Různé Stakeholdery

Banky a věřitelé

Využívají FinAnalysis pro hodnocení finanční situace dlužníků při rozhodování o poskytnutí úvěrů a jejich podmínkách. Analýza pomáhá posoudit schopnost splácet a celkovou finanční stabilitu podniku.

Státní orgány

Používají data z FinAnalysis pro statistické účely, kontrolu podniků se státní účastí a při rozhodování o poskytnutí státních zakázek nebo finanční podpory. Umožňuje komplexní přehled o finančním stavu podniků v různých sektorech ekonomiky.

Ukázka programu FINANALYSIS

 www.finanalysis.cz

FinAnalysis - software pro finanční analýzu

Na této stránce jsou použity rámce, prohlížeč je však nepodporuje.



Softwarový Produkt STRATEX R

Účel

STRATEX R slouží jako nástroj podpory strategického finančního plánování pro podniky.

Časový rozsah

Umožňuje plánování až na 15 let dopředu, zahrnuje historická data i plánované období.

Vstupní data

Využívá výkazy zisků a ztrát, rozvahy za historické období a veličiny pro stanovení finančního plánu.

Struktura

Skládá se ze tří souborů tabulek: základní výstupy, vstupní tabulky a podpůrné modely.



Capital Planning Software as a Service

How to Master Modern Capital Planning



**Maximize your ROI by Eliminating Waste with
Capital Planning Software as a Service**

Klíčové Funkce STRATEX R



1

Sestavení finančního plánu

Umožňuje prvotní vytvoření komplexního finančního plánu podniku na základě vstupních dat.

2

Flexibilní úpravy

Dovoluje pružné a pohotové promítání změn vstupních údajů do výstupů systému.

3

Analýza variant

Podporuje hodnocení různých variant podnikatelského plánu pro nalezení optimálního řešení.

4

Identifikace rizik

Pomáhá určit externí faktory představující největší rizika pro podnikatelský plán.

Využití STRATEX R v Podnikovém Plánování

1

Sběr historických dat

Shromáždění finančních výkazů a klíčových ukazatelů z minulých období.

2

Nastavení parametrů plánu

Definice klíčových proměnných a předpokladů pro budoucí období.

3

Generování finančního plánu

Vytvoření komplexního finančního plánu na základě vstupních dat a parametrů.

4

Analýza scénářů

Testování různých variant plánu a jejich dopadu na finanční výsledky.

5

Optimalizace strategie

Výběr nejlepší varianty plánu a definice strategických cílů.

Variantní Změny v STRATEX R



Marketingová strategie

Úpravy v oblasti propagace, cenové politiky nebo distribučních kanálů.



Výrobní program

Změny v sortimentu produktů, výrobních kapacitách nebo technologiích.



Investiční zabezpečení

Různé scénáře kapitálových výdajů a jejich financování.



Způsoby financování

Alternativní struktury kapitálu a zdrojů financování podniku.

Externí Faktory v STRATEX R



Tržní ceny

Analýza vlivu změn prodejních cen produktů a služeb na finanční výsledky podniku.



Nákladové vstupy

Hodnocení dopadu fluktuací cen surovin, materiálů a energií na nákladovou strukturu.



Mzdová úroveň

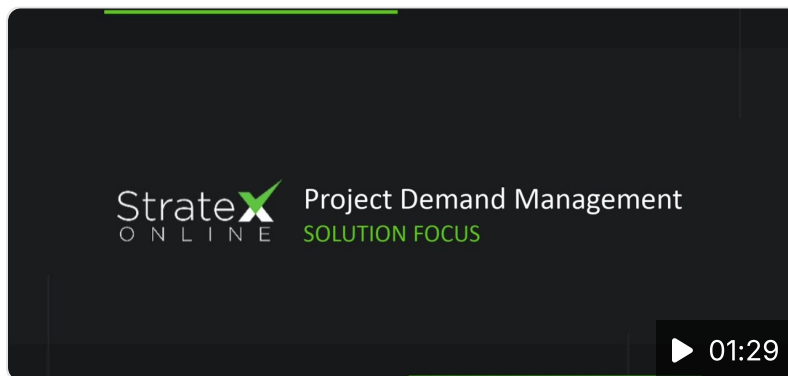
Zohlednění změn v průměrných mzdách a jejich vliv na personální náklady.



Makroekonomické ukazatele

Implementace scénářů s různými úrovněmi inflace, úrokových sazeb a měnových kurzů.





 YouTube



Project Demand Management Solution Overview | Stratex Online

Project Demand Management involves gathering, evaluating and prioritizing capital investment requests. Some requests will be routine capital investment f...

Integrated Forecasting & Analysis

Helps you identify where you are at and where you are going.



▶ 01:27

 YouTube



Project Forecasting and Analysis Solution | Stratex Online

Learn more here: <https://www.stratexonline.com/capital-budgeting/project-forecasting-and-analysis/> Monitor your capital project expenditure to stay on...

Softwarový Produkt EVALENT

Účel

EVALENT je určen pro oceňování podniku pomocí výnosových metod, poskytuje podporu při stanovení tržní hodnoty firmy.

Základ ocenění

Vychází z finančního plánu podniku a stanovuje diskontované volné peněžní toky.

Diskontní sazba

Využívá náklady kapitálu jako diskontní sazbu pro ocenění podniku.

Alternativní metody

Nabízí přibližné ocenění i v případě absence detailního finančního plánu.



Moduly EVALENT

1

Modul I: Finanční plán a historie

Zpracování finančního plánu, výpočet peněžních toků a poměrových ukazatelů.

2

Modul II: Náklady kapitálu

Stanovení nákladů vlastního a cizího kapitálu, výpočet WACC.

3

Modul III: Podpůrné veličiny

Poskytnutí doplňkových údajů pro výpočet tržní hodnoty a analýzu trendů.

4

Modul IV: Stanovení hodnoty firmy

Aplikace různých metod pro určení tržní hodnoty podniku.



Metody Ocenění v EVALENT

1

Cash Flow to the Firm (FCFF)

Ocenění založené na volných peněžních tocích pro vlastníky a věřitele.

2

Cash Flow to the Equity (FCFE)

Metoda využívající volné peněžní toky pro vlastníky.

3

Economic Value Added (EVA)

Ocenění na základě ekonomické přidané hodnoty.

4

Kapitalizované čisté výnosy

Metoda založená na trvale udržitelném zisku.

Uživatelé EVALENT



Útvary správy majetku

Využití pro správu a
hodnocení majetkových
účástí podniků a bank.



Investiční společnosti

Podpora při rozhodování o
investicích a akvizicích.



Fúze a akvizice

Příprava podkladů pro
oceňování při fúzích a
akvizicích podniků.



Společné podniky

Hodnocení potenciálu a
ocenění při vytváření joint
ventures.

Propojení STRATEX R a EVALENT

Finanční plánování

STRATEX R poskytuje detailní finanční plán, který slouží jako vstup pro ocenění v EVALENT. Toto propojení zajišťuje konzistenci mezi strategickým plánováním a oceňováním podniku.

Analýza scénářů

Různé scénáře vytvořené v STRATEX R mohou být použity pro citlivostní analýzu v EVALENT, což umožňuje komplexní pohled na hodnotu podniku v různých situacích.

Databáze Oracle v Podnikovém Prostředí



Globální dosah

Oracle poskytuje služby 430 000 zákazníkům ve 175 zemích, což z něj činí největšího světového dodavatele podnikového softwaru.

Komplexní řešení

Nabízí špičkové funkce
softwaru jako služby, platformy
jako služby, infrastruktury jako
služby a dat jako služby.

Podpora inovací

Softwarová řešení Oracle jsou navržena tak, aby pomáhala podnikům minimalizovat rizika, optimalizovat procesy a snižovat náklady.

Flexibilita

Řešení Oracle umožňují firmám přizpůsobit se měnícím se podmínkám trhu a podporují jejich růst.

Oracle Database 11g: Klíčové Inovace

1

Zvládání růstu dat

Pokročilé funkce pro efektivní správu rychle rostoucích objemů dat v podnicích.

2

Nepřetržitá dostupnost

Vylepšené mechanismy pro zajištění kontinuity provozu a minimalizaci výpadků.

3

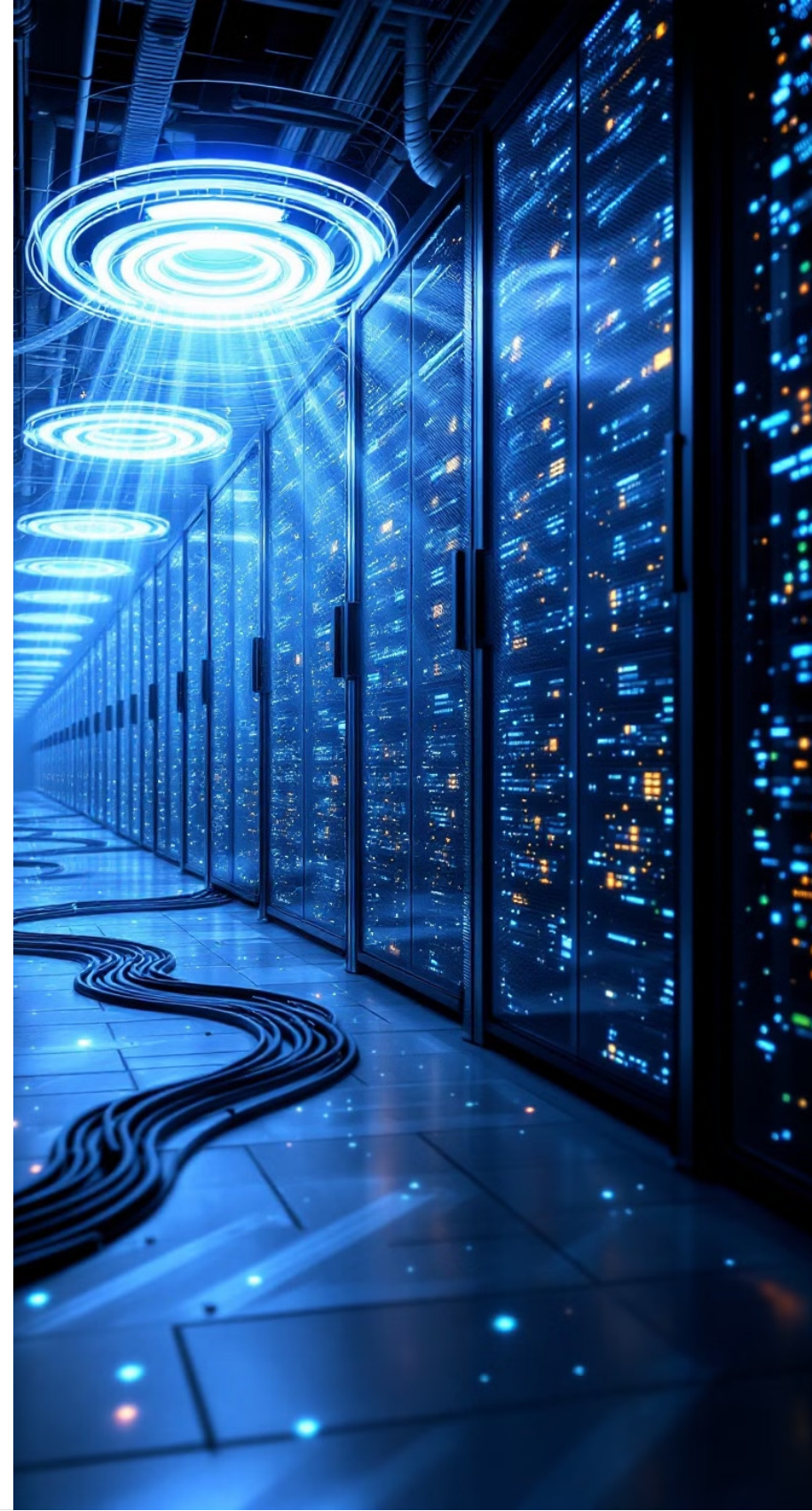
Správa podnikových informací

Integrované nástroje pro komplexní řízení všech typů podnikových dat.

4

Adaptace na změny

Flexibilní architektury umožňující rychlou reakci na měnící se podnikové požadavky.



Výhody Oracle Database 11g pro Podniky

Vysoký výkon

Optimalizované algoritmy a indexovací techniky zajišťují rychlé zpracování i velmi rozsáhlých databází.

Škálovatelnost

Možnost snadného rozšíření kapacity databáze v souladu s rostoucími potřebami podniku.

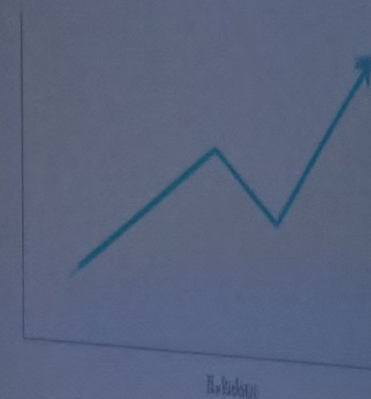
Spolehlivost

Pokročilé mechanismy zálohování a obnovy dat minimalizují riziko ztráty kritických informací.

Nízké náklady

Efektivní správa a automatizace snižují celkové náklady na vlastnictví databázového systému.

ORACLE®



Reliability



Cost efficiency



Oracle a Podpora Výpočetních Sítí

1

Konsolidace podnikových gridů

Oracle 11g urychluje zavádění sdílených výpočetních kapacit napříč celým podnikem.

2

Synergie zdrojů

Umožňuje efektivní sdílení intelektuálního potenciálu a databází v rámci organizace.

3

Flexibilní alokace

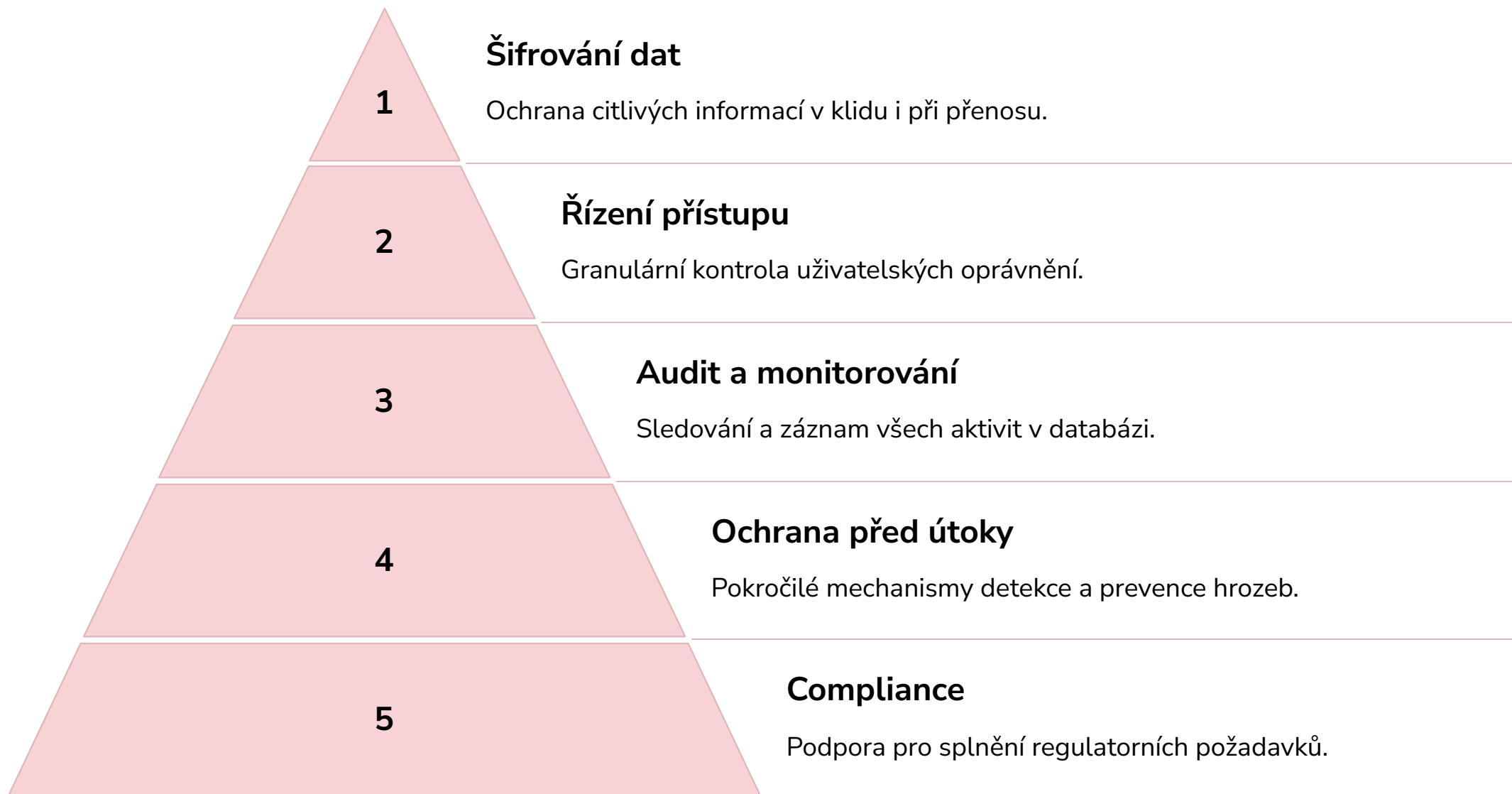
Dynamické přidělování výpočetních zdrojů podle aktuálních potřeb různých oddělení.

4

Optimalizace výkonu

Inteligentní řízení zátěže pro maximální využití dostupné infrastruktury.

Bezpečnost v Oracle Database 11g



Integrace Oracle s Podnikovými Systémy



ERP systémy

Seamless integrace s podnikovými informačními systémy pro efektivní řízení zdrojů.



CRM aplikace

Propojení s nástroji pro správu vztahů se zákazníky pro komplexní pohled na klientelu.



Business Intelligence

Podpora pro pokročilé analytické nástroje a reporting.



Cloud služby

Možnost hybridního nasazení a integrace s cloudovými službami.