

Početní příklady

XPF / YPF

Teorie portfolia

Ing. Matěj Sehnal, MBA, DiS.,

Ing. Veronika Volfová



Teorie portfolia: Základy pro začínající investory

Vítejte v prezentaci o teorii portfolia. Naučíme se, jak efektivně rozložit investice a vypočítat očekávané výnosy. Tato znalost je klíčová pro každého, kdo chce maximalizovat své investiční výsledky a minimalizovat rizika.



by Matěj Sehnal

Co je investiční portfolio?

Definice

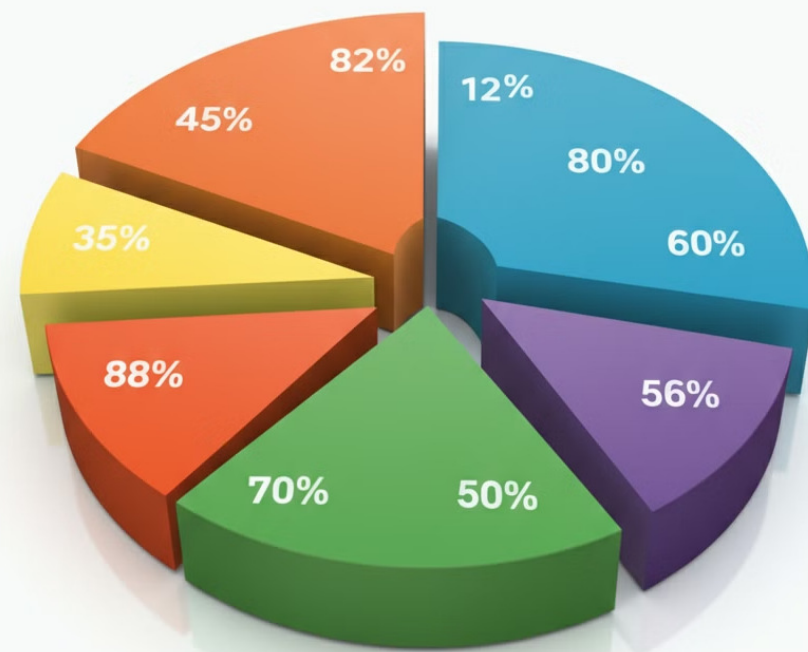
Soubor různých investičních nástrojů držených investorem.

Účel

Rozložení rizika a optimalizace výnosů.

Složení

Může obsahovat akcie, dluhopisy, nemovitosti a další aktiva.



Základní principy tvorby portfolia



1

Diverzifikace

Rozdělení investic mezi různé typy aktiv snižuje celkové riziko.

2

Alokace aktiv

Určení poměru mezi rizikovými a konzervativními investicemi.

3

Rebalancování

Pravidelná úprava portfolia pro udržení požadovaného poměru aktiv.

Co budeme v teorii portfolia počítat?

Očekávaný výnos portf

Jednoduché — vážený průměr výnosností aktiv tvořících portf.

Rozptyl výnosů

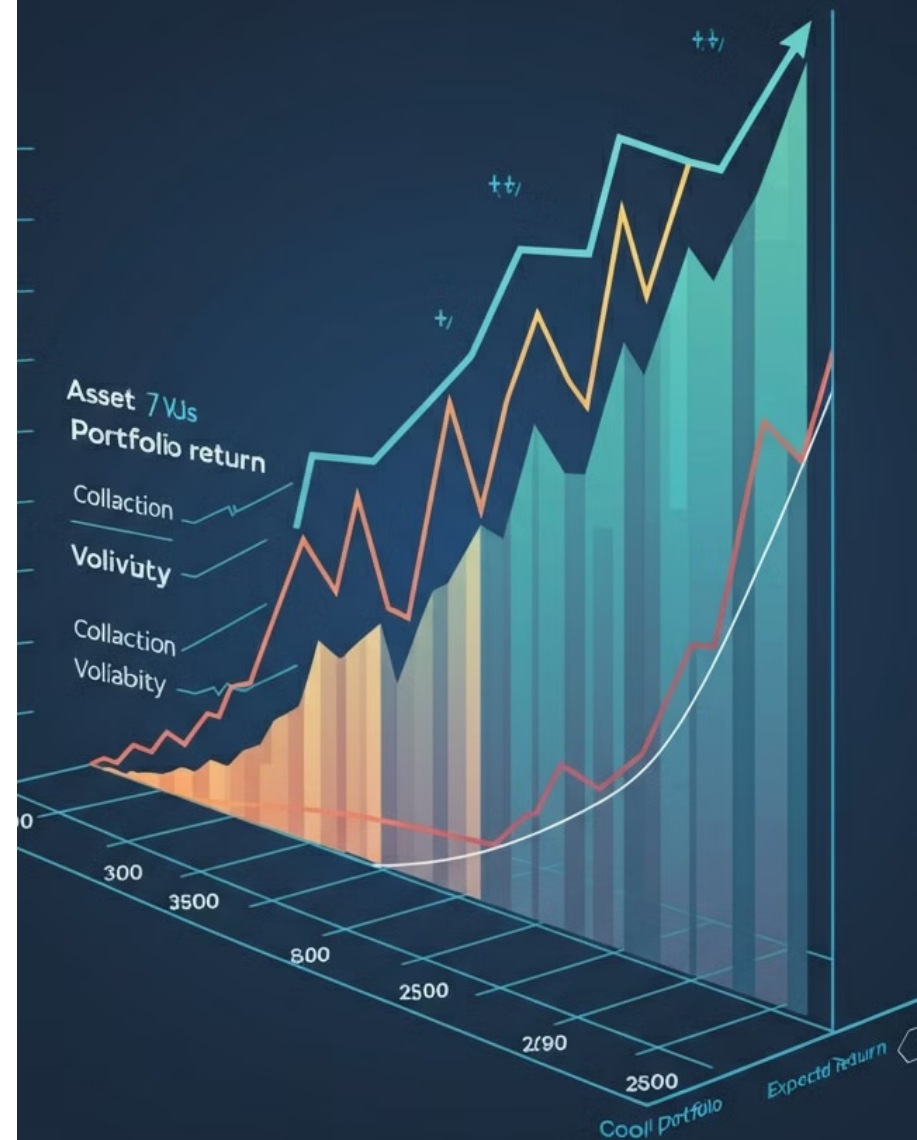
Rozptyl je "průměrná kvadratická odchylka" — rozdíly od průměru umocněné na druhou a z nich aritmetický průměr.

Volatilitu aktiv i portfolia z nich složeného

Volatilita je směrodatná odchylka výnosů aktiv, resp. portfolia. Odmocnina rozptylu.

Korelační koeficient

Kvantifikace síly a směru vztahu mezi výnosy dvou aktiv.



Postup výpočtu rizika a výnosu dvousložkového portfolia

1. Zjistím historické výnosnosti obou aktiv v portfoliu.

- Získáte historické výnosy obou aktiv (např. denní, týdenní, měsíční).
- Z těchto dat vypočítáte průměrné výnosy (μ_A a μ_B , resp. r s čárkou) a **směrodatné odchylky (σ_A a σ_B) jednotlivých aktiv.**

2. Vypočítám korelační koeficient (ρ) mezi aktivy.

$$\rho_{A,B} = \frac{\text{Cov}(A, B)}{\sigma_A \cdot \sigma_B}$$

- Korelační koeficient měří, jak se výnosy obou aktiv pohybují vůči sobě. Pokud data máte, použijete vzorec ↑
- Pokud využíváte software jako Excel nebo Python, lze korelační koeficient vypočítat přímo pomocí funkcí.

3. Vypočítám směrodatnou odchylku výnosů portfolia (σ_p).

$$\sigma_p = \sqrt{w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \rho_{A,B} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B}$$

- w_A a w_B : váhy jednotlivých aktiv v portfoliu (procento investované do aktiva A a B)

Poznatek: s větší negativní korelací aktiv klesá riziko portfolia. Výnos může být vyšší a volatilita (riziko kolísání) nižší než volatilita nejméně volatilního aktiva.

Postup výpočtu rizika a výnosu dvousložkového portfolia

4. Vypočítám očekávaný výnos portfolia (μ_p).

- Vzorec pro očekávaný výnos portfolia je: $E(R_p) = w_A \cdot \mu_A + w_B \cdot \mu_B$ (w = váha, μ = výnos aktiva)

$$E(R_p) = w_A \cdot \mu_A + w_B \cdot \mu_B$$

- Nebo také již známý:

Je to jeden a tentýž vzorec!

Vzorec:

$$\bar{r} = \sum_{k=1}^n r_k \cdot p_k$$

Vysvětlení:

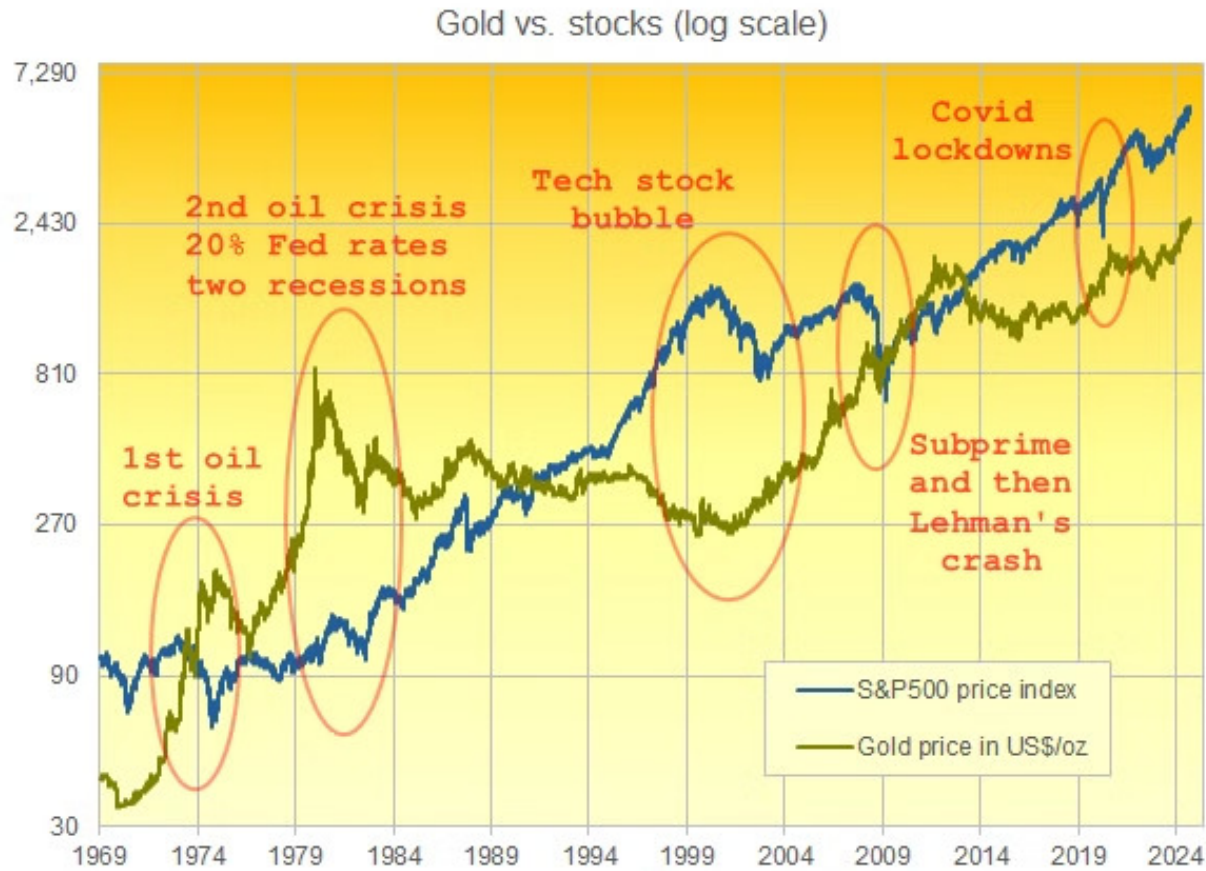
- $\bar{r}$: Očekávaná výnosová míra portfolia.
- r_k : Očekávaná výnosová míra k -tého investičního instrumentu.
- p_k : Podíl k -tého instrumentu v portfoliu.
- n : Celkový počet investičních instrumentů v portfoliu.

5. Poměr průměrného výnosu a rizika (volatility) portfolia se nazývá...

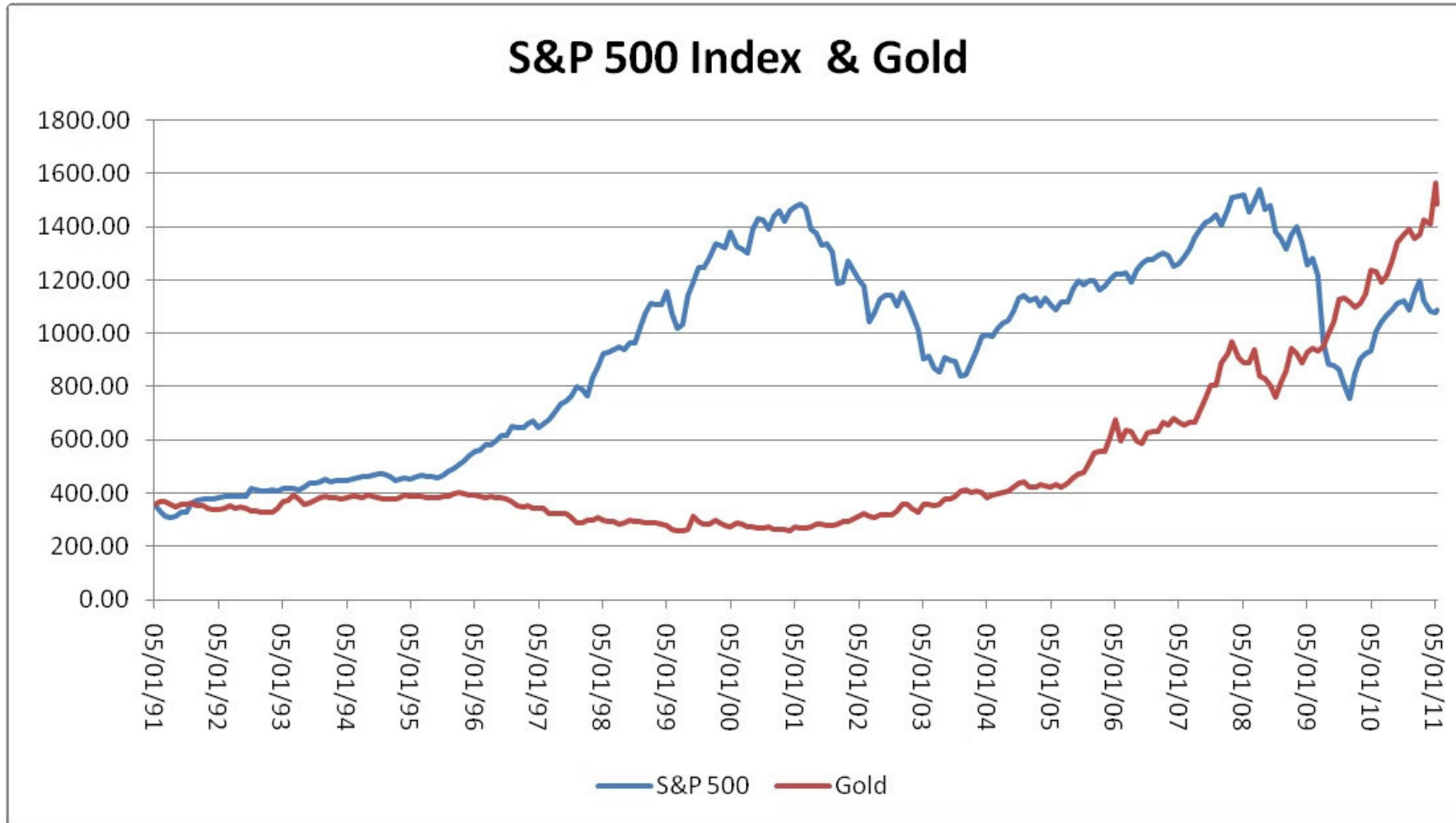
SHARPEHO POMĚR.

Ale o tom zase někdy příště...

Negativní korelace



Negativní korelace





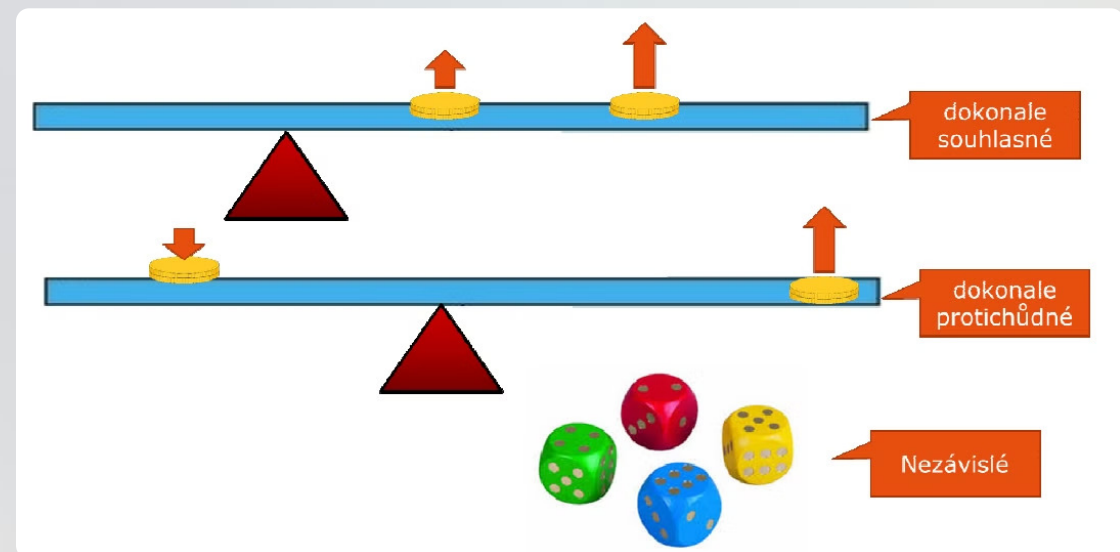
PROČ JDE ZLATO "DO PROTIVKY" OPROTI AKCIÍM?

PROČ MÁ ZLATO NEGATIVNÍ KORELACI S AKCIEMI?

PROČ KDYŽ AKCIE KLESAJÍ, ZLATO ROSTE A NAOPAK?

Korelace

- Statistická míra — vyjadřuje sílu a směr vztahu mezi dvěma proměnnými.
- Diverzifikace je tím lepší, čím méně pozitivně korelující aktiva máme (čím dál od 1 směrem k -1).
- Vyjadřuje, jak moc spolu dvě veličiny souvisí — jak např. změna v jedné veličině ovlivňuje druhou.
- Nabývá hodnot od -1 do 1 :
 - 1 = dokonale souhlasné = přesná závislost
 - Kladná = chovají se podobně, jedna proměnná roste a druhá také, např. **teplota + prodej zmrzliny**
 - 0 = zcela nezávislé, např. **denní teplota a výška člověka**
 - Záporná = chovají se spíše opačně, jedna proměnná roste a druhá klesá, např. **cena benzínu a spotřeba benzínu**
 - -1 = dokonale protichůdné
- **KORELACE NEZNAMENÁ KAUZALITU:** Zvýšení prodeje zmrzliny a počet útoků žraloků mají pozitivní korelaci, ale skutečným důvodem je teplé počasí.



Očekávaný výnos portfolia — EASY

Definice

Očekávaný výnos portfolia je vážený průměr očekávaných výnosů jednotlivých aktiv v portfoliu.

Výpočet

Sečteme součiny očekávaných výnosů a jejich podílů v portfoliu.

Vzorec:

$$\bar{r} = \sum_{k=1}^n r_k \cdot p_k$$

Vysvětlení:

- $\bar{r}$: Očekávaná výnosová míra portfolia.
- r_k : Očekávaná výnosová míra k -tého investičního instrumentu.
- p_k : Podíl k -tého instrumentu v portfoliu.
- n : Celkový počet investičních instrumentů v portfoliu.

P1: Očekávaný výnos portfolia

Zadání

Investujeme 100 000 Kč do akcií a dluhopisů. U investice očekáváme výnosy: Akcie 10 % p.a. Dluhopisy 2 % p.a. Protože jsme konzervativní investor a bojíme se kolísání, investujeme do akcií pouze 30 % prostředků a 70 % prostředků investujeme do dluhopisů. Jaký je očekávaný výnos námi zvoleného portfolia?

Výpočet

	Akcie	Dluhopisy
Investovaná částka	Kč	Kč
Očekávaný výnos (% p.a.)	%	%
Očekávaný výnos (Kč p.a.)	Kč	Kč
Výnos portfolia (Kč)	Kč	
Výnos portfolia (% p.a.)		

P1: Očekávaný výnos portfolia

Krok 1: Rozdělení investice

Rozdělení celkové částky (100 000 Kč) podle podílů:

- Akcie $100\,000 \times 0,3 = 30\,000$, Dluhopisy: $100\,000 \times 0,7 = 70\,000$

Krok 2: Očekávaný výnos z jednotlivých částí

- Výnos z akcií: $30\,000 \times 0,10 = 3000$; Výnos z dluhopisů: $70\,000 \times 0,02 = 1400$

Krok 3: Celkový očekávaný výnos

- Sečteme výnosy obou složek: $3000 + 1400 = 4400$ Kč

Krok 4: Očekávaná výnosová míra portfolia

- $4400 / 100\,000 = 0,044$ neboli **4,4 % p.a.**

Poučení & vysvětlení

Vzorec:

$$\bar{r} = \sum_{k=1}^n r_k \cdot p_k$$

Vysvětlení:

- $\bar{r}$: Očekávaná výnosová míra portfolia.
- r_k : Očekávaná výnosová míra k -tého investičního instrumentu.
- p_k : Podíl k -tého instrumentu v portfoliu.
- n : Celkový počet investičních instrumentů v portfoliu.

Tento vzorec vyjadřuje, že očekávaná výnosová míra portfolia je součtem součinů očekávaných výnosových měr jednotlivých instrumentů a jejich podílů v portfoliu.

P2: Rozptyl a STDEV

=VAR.P;

=STDEV

Zadání

Máme následující historické výnosy investičního aktiva za pět let:

Tabulka Výnosů Investičního Aktiva			
	Rok	Výnos (%)	Výnos (desetinná čísla)
1	1	8	0.08
2	2	-3	-0.03
3	3	10	0.1
4	4	6	0.06
5	5	15	0.15

Cílem je spočítat: rozptyl výnosů (σ^2) a směrodatnou odchylku výnosů (σ).

P2: Rozptyl a STDEV

$$\sigma^2 = \frac{\sum (r_i - \bar{r})^2}{n}$$

$$\bar{r} = \frac{\sum r_i}{n}$$

Rozptyl

Průměr

Postup výpočtu

1. Převědeme výnosy na desetinná čísla: 0,08 ; -0,03 ; 0,10 ; 0,06 ; 0,15
2. Spočítáme **aritmetický průměr výnosů**:
3. Spočítáme odchylky výnosů od průměru:

$$(r_i - \bar{r})$$

4. Spočítáme druhé mocniny odchylek...
5. Rozptyl = σ^2 je aritmetickým průměrem druhých mocnin odchylek.
6. Směrodatná odchylka = σ je odmocnina z rozptylu.

P2: Rozptyl a STDEV

$$\sigma^2 = \frac{\sum (r_i - \bar{r})^2}{n}$$

$$\bar{r} = \frac{\sum r_i}{n}$$

Rozptyl

Průměr

Výpočet hodnot

Krok 1: Průměrný výnos ($\bar{r}$):

$$\bar{r} = \frac{0.08 + (-0.03) + 0.10 + 0.06 + 0.15}{5} = 0.072 (7.2\%)$$

Krok 2: Odchylky od průměru ($r_i - \bar{r}$):

$$\text{Odchylky} = [0.08 - 0.072, -0.03 - 0.072, 0.10 - 0.072, 0.06 - 0.072, 0.15 - 0.072]$$

$$\text{Odchylky} = [0.008, -0.102, 0.028, -0.012, 0.078]$$

Krok 3: Druhé mocniny odchylek ($(r_i - \bar{r})^2$):

$$\text{Mocniny odchylek} = [0.008^2, (-0.102)^2, 0.028^2, (-0.012)^2, 0.078^2]$$

$$\text{Mocniny odchylek} = [0.000064, 0.010404, 0.000784, 0.000144, 0.006084]$$

P2: Rozptyl a STDEV

$$\sigma^2 = \frac{\sum (r_i - \bar{r})^2}{n}$$

$$\bar{r} = \frac{\sum r_i}{n}$$

Rozptyl

Průměr

Výpočet hodnot

Krok 4: Rozptyl (σ^2):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (r_i - \bar{r})^2}{5} = \frac{0.000064 + 0.010404 + 0.000784 + 0.000144 + 0.006084}{5}$$

$$\sigma^2 = 0.003496$$

Krok 5: Směrodatná odchylka (σ):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.003496} = 0.0591 \text{ (5.91\%)}$$

P2: Rozptyl a STDEV

$$\sigma^2 = \frac{\sum (r_i - \bar{r})^2}{n}$$

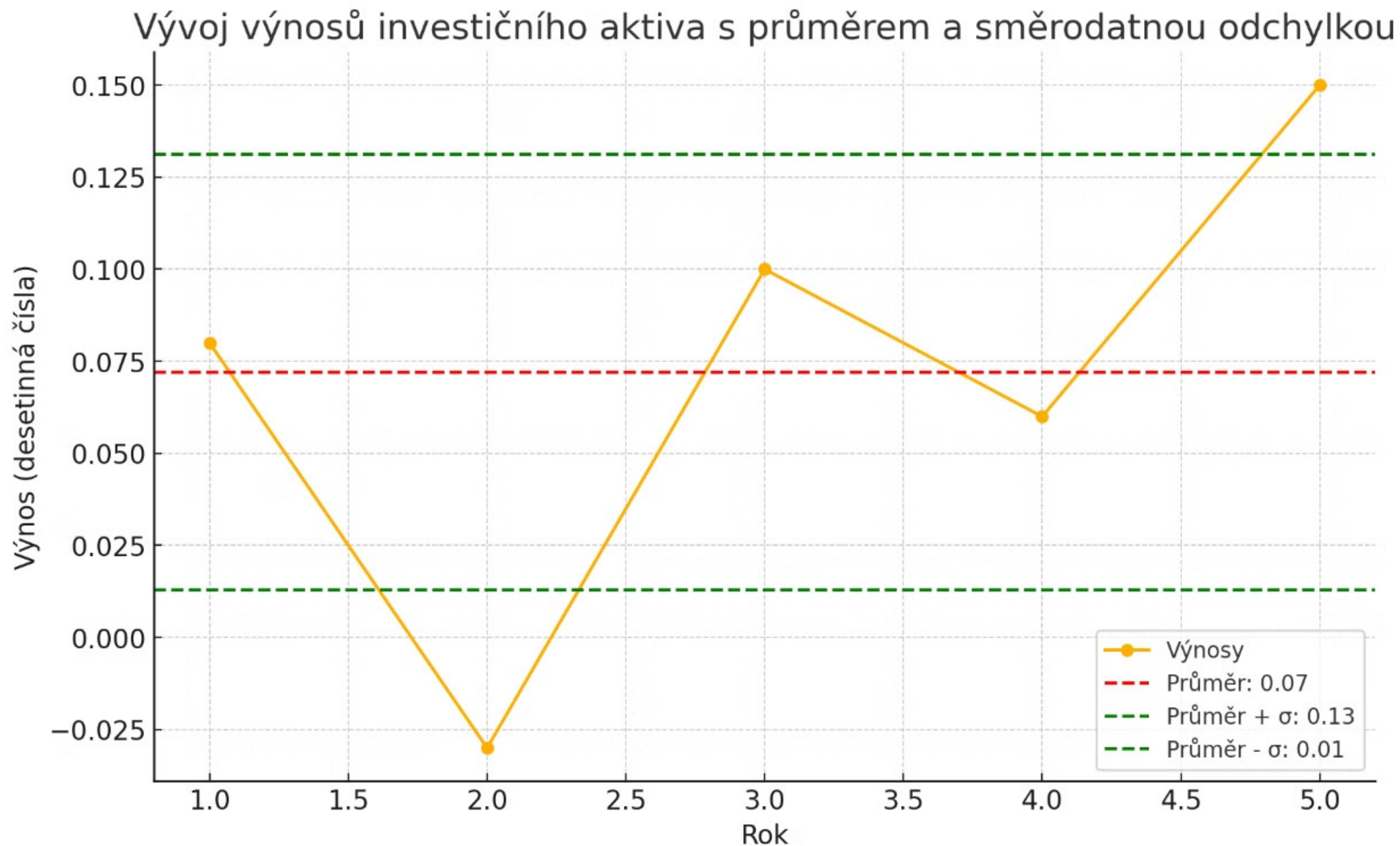
$$\bar{r} = \frac{\sum r_i}{n}$$

Rozptyl

Průměr

Výsledky

- Průměrný výnos ($\bar{r}$): 7.2 %
- Rozptyl (σ^2): 0.003496 (0.3496 %)
- Směrodatná odchylka (σ): 5.91 % [↗-]



Červená čárkovaná čára: Průměrná hodnota výnosů (7,2 %). Zelené čárkované čáry: Průměrná hodnota $\pm$ směrodatná odchylka (5,91 %).

Rozptyl výnosů: Měření volatility



Definice rozptylu

Rozptyl je statistická míra variability výnosů kolem jejich průměrné hodnoty.



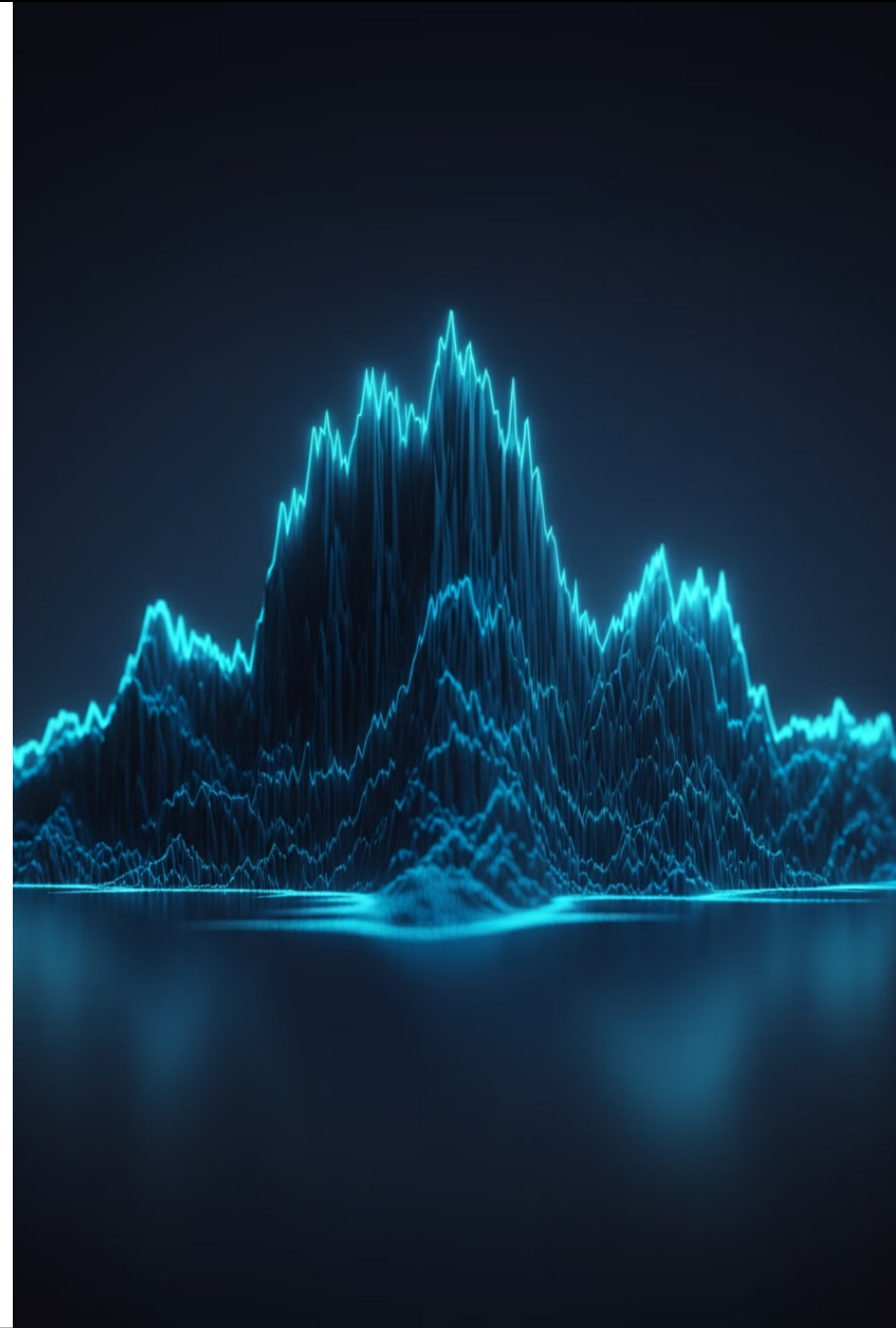
Význam pro investory

Vyšší rozptyl znamená větší kolísání výnosů a potenciálně vyšší riziko.

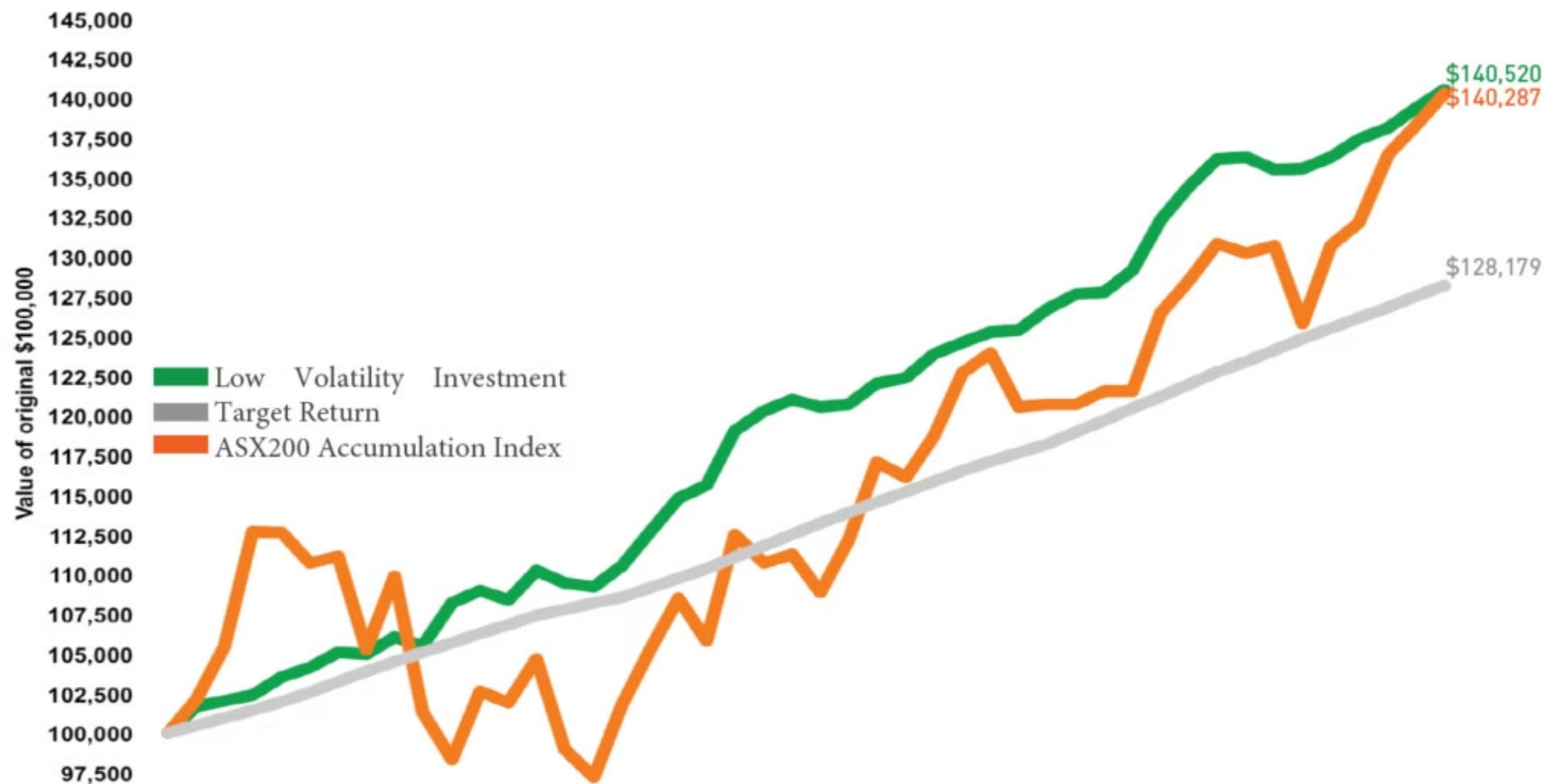


Použití v praxi

Pomáhá investorům posoudit stabilitu a předvídatelnost výnosů portfolia.

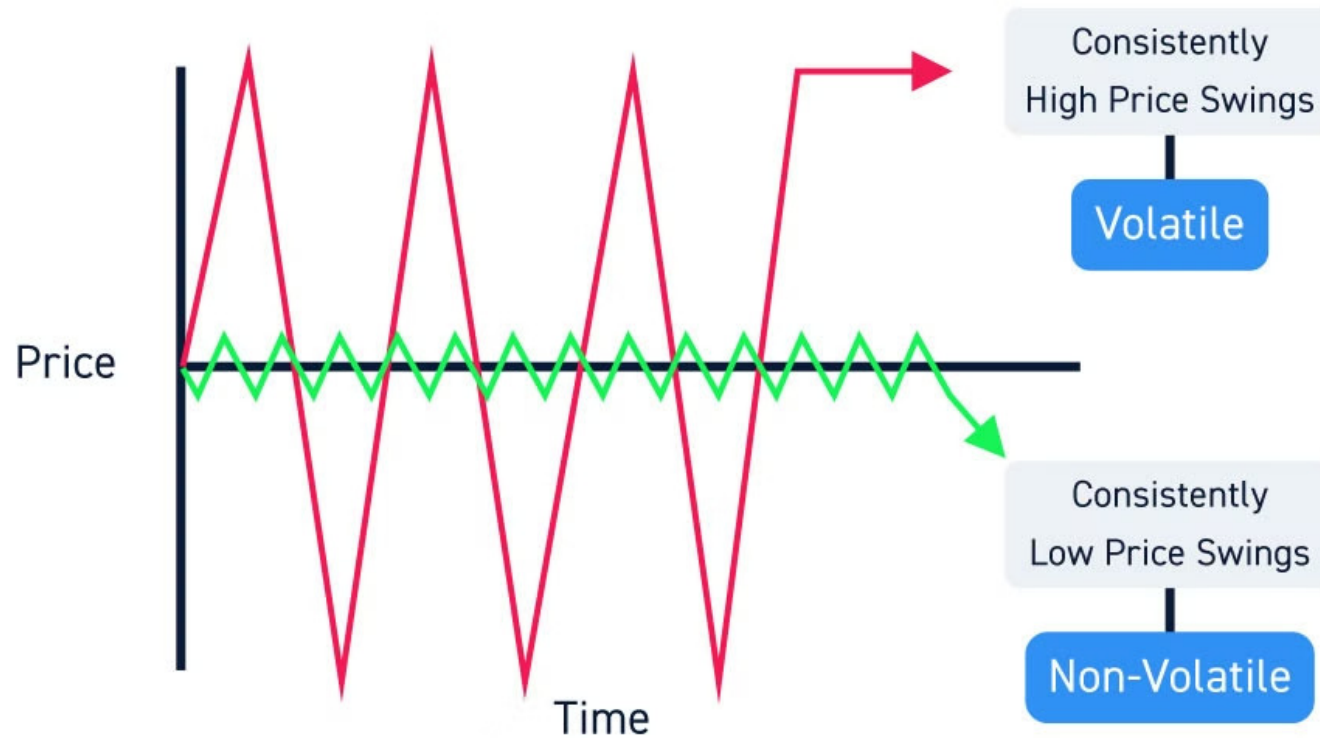


Return on \$100,000 Investment



Volatilita vysoká vs nízká

Volatilita nízká nebo vysoká



Volatilita × rozptyl × STDEV

- Úzce spojené koncepty
- Volatilita = kolísání hodnoty
- Kolísání hodnoty = odchylování se hodnoty od průměru
- Odchylování se od průměru = měřeno rozptylem a směrodatnou odchylkou

Rozptyl

- Kvantifikuje celkovou variabilitu hodnot. Méně intuitivní, je ve čtvercových jednotkách (průměr druhých mocnin odchylek).

STDEV

- Jasnější a přímo interpretovatelnou míru variability, je odmocninou rozptylu. Ve stejných jednotkách jako stat. soubor.

Volatilita

- Ve financích obvykle STDEV denních, týdenních nebo ročních výnosů aktiva. Obvykle míra rizika.

Výpočet rozptylu výnosů: Krok za krokem

1

Krok 1: Průměrný výnos

Vypočítáme průměr všech výnosů za dané období.

2

Krok 2: Odchyłky

Určíme rozdíl mezi každým výnosem a průměrným výnosem.

3

Krok 3: Druhé mocniny

Umocníme každou odchylku na druhou.

4

Krok 4: Průměr odchylek

Vypočítáme průměr druhých mocnin odchylek.



Interpretace rozptylu a rizika



Nízký rozptyl

Menší kolísání výnosů, nižší riziko, ale potenciálně nižší výnosy.



Střední rozptyl

Vyvážený poměr mezi rizikem a potenciálním výnosem.



Vysoký rozptyl

Větší kolísání výnosů, vyšší riziko, ale možnost vyšších výnosů.

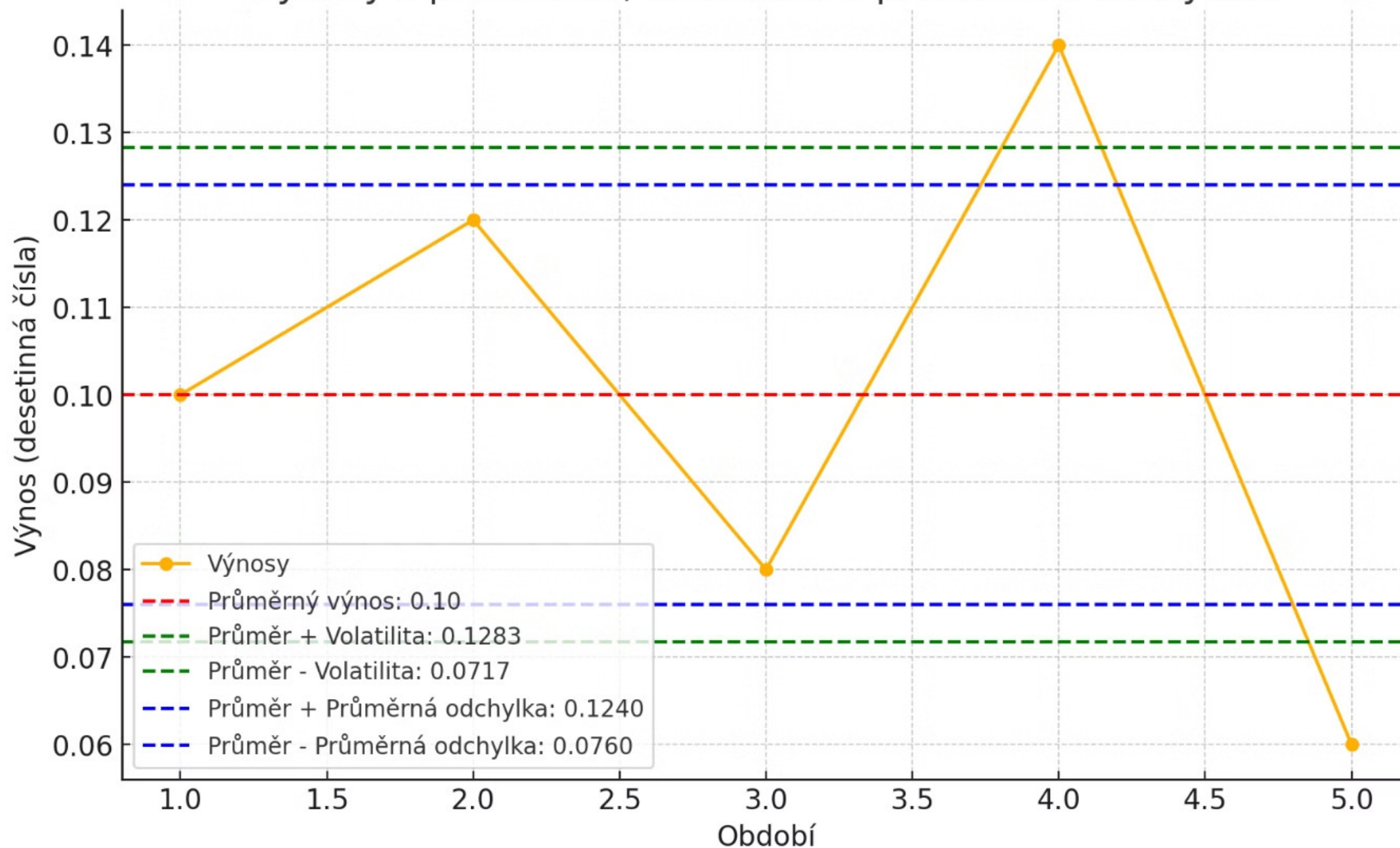
P3: Průměrný výnos, rozptyl, volatilita

Máme roční výnosy aktiva: 10 %, 12 %, 8 %, 14 %, 6 %. Spočítejte výše uvedené.

- **Krok 1** — Průměrný výnos: $(10+12+8+14+6) / 5 = 10 \%$
- **Krok 2** — Rozdíly hodnot od průměru: $10 - 10 = 0$, $12 - 10 = 2$, $8 - 10 = -2$, $14 - 10 = 4$, $6 - 10 = -4$
- **Krok 3** — Rozptyl = umocni² rozdíly od průměru, **pak je sečti, pak je poděl počtem** (takže aritm. průměr)
 - takže: $(10 - 10)^2 + (12 - 10)^2 + (8 - 10)^2 + (14 - 10)^2 + (6 - 10)^2 = 0 + 4 + 4 + 16 + 16 = 40$, pak ještě $/:5$
 - takže: $40 / 5 = 8$; takže rozptyl čili $\sigma^2 = 8 \%$
- **Krok 4** — STDEV = odmocni rozptyl > odmocnina z $8 \%^2 > 2,83 \%$ = VOLATILITA
 - volatilita $2,83 \%$ = ukazuje, jak moc se výnosy "v kvadratickém průměru" liší od 10%

Mimochodem, průměrná (NE SMĚRODATNÁ) odchylka je jednodušší na výpočet — rozdíl hodnot od průměru vydělený počtem.
Pouze kladný rozdíl = absolutní hodnota. Zde: $0 + 2 + 2 + 4 + 4 / 5 = 12 / 5 = 2,4 = \text{MEAN ABSOLUTE DEVIATION (MAD)}$

Výnosy s průměrem, volatilitou a průměrnou odchylkou



P4: Korelační koeficient

Zadání

Období	Výnos A (%)	Výnos A (desetinná čísla)	Výnos B (%)	Výnos B (desetinná čísla)
1	5	0.05	4	0.04
2	-2	-0.02	0	0.00
3	10	0.10	8	0.08

Vypočítejte korelaci.

Kroky: Průměrné výnosy → odchylky od průměru → součin odchylek → kovariance → směrodatné odchylky → korelační koeficient.

P4: Korelační koeficient

Krok 1: Průměrné výnosy

Období	Výnos A (%)	Výnos A (desetinná čísla)	Výnos B (%)	Výnos B (desetinná čísla)
1	5	0.05	4	0.04
2	-2	-0.02	0	0.00
3	10	0.10	8	0.08

$$\bar{r}_A = \frac{0.05 + (-0.02) + 0.10}{3} = 0.0433 \text{ (4.33\%)}$$

$$\bar{r}_B = \frac{0.04 + 0.00 + 0.08}{3} = 0.04 \text{ (4\%)}$$

P4: Korelační koeficient

Krok 2: Odchyly od průměru

Období	Výnos A (%)	Výnos A (desetinná čísla)	Výnos B (%)	Výnos B (desetinná čísla)
1	5	0.05	4	0.04
2	-2	-0.02	0	0.00
3	10	0.10	8	0.08

Odchyly pro A:

$$[0.05 - 0.0433, -0.02 - 0.0433, 0.10 - 0.0433] = [0.0067, -0.0633, 0.0567]$$

Odchyly pro B:

$$[0.04 - 0.04, 0.00 - 0.04, 0.08 - 0.04] = [0.00, -0.04, 0.04]$$

P4: Korelační koeficient

Krok 3: Součin odchylek

Období	Výnos A (%)	Výnos A (desetinná čísla)	Výnos B (%)	Výnos B (desetinná čísla)
1	5	0.05	4	0.04
2	-2	-0.02	0	0.00
3	10	0.10	8	0.08

$$[0.0067 \cdot 0.00, -0.0633 \cdot -0.04, 0.0567 \cdot 0.04] = [0.0000, 0.0025, 0.0023]$$

Krok 4: Kovariance = aritmetický průměr součinů odchylek

$$\text{Cov}(A, B) = \frac{\sum \text{Součin odchylek}}{3} = \frac{0.0000 + 0.0025 + 0.0023}{3} = 0.0016$$

P4: Korelační koeficient

$$\sigma^2 = \frac{\sum (r_i - \bar{r})^2}{n}$$

Krok 5: Směrodatné odchylky

Období	Výnos A (%)	Výnos A (desetinná čísla)	Výnos B (%)	Výnos B (desetinná čísla)
1	5	0.05	4	0.04
2	-2	-0.02	0	0.00
3	10	0.10	8	0.08

Odchylky od průměru už mám. Pro každé aktivum zvlášť spočítám druhé mocniny těchto odchylek, poté je sečtu a vydělím počtem. Výsledek ještě odmocním. Vyjde:

Směrodatná odchylka pro A:

$$\sigma_A = \sqrt{\text{Rozptyl}_A} = 0.0492$$

Směrodatná odchylka pro B:

$$\sigma_B = \sqrt{\text{Rozptyl}_B} = 0.0327$$

P4: Korelační koeficient

$$\rho = \frac{\text{Cov}(A, B)}{\sigma_A \cdot \sigma_B}$$

Krok 6: Výpočet korelačního koeficientu

Korelace ρ je kovariance v čitateli a součin směrodatných odchylek ve jmenovateli.

- Kovariance $\text{Cov}(A, B)$ vyšla: 0,0016
- Směrodatná odchylka A (σ_A) vyšla: 4,92 %
- Směrodatná odchylka B (σ_B): 3,27 %

Korelace ρ vychází: $0,0016 / (4,92\% \times 3,27\%) = 0,9954$

Velmi silná pozitivní korelace. Jaká dvě aktiva by mohla mít takovouto silnou pozitivní korelací?

Vývoj výnosů aktiv A a B

