

Početní příklady

XPf / YPf

Průměry — ARI, GEO, HAR

Ing. Matěj Sehnal, MBA, DiS.,

Ing. Veronika Volfová



3 jednoduché vzorce

Vážený aritmetický průměr:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

- w_i = váhy přiřazené hodnotám (např. Kč)
- x_i = hodnoty (např. úrokových sazeb)
- základní operace "sčítám a pak dělím počtem"
- Každou částku úročím jiným úrokem, jaký je průměrný úrok z celé částky?

Geometrický průměr:

$$\text{Geometrický průměr} = \left(\prod_{j=1}^n (1 + i_j) \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

- "o úroveň operací výše" — násobím mezi sebou a pak odmocňuji počtem
- n-tá odmocnina součinu
- pro průměrnou roční výnosnost (CAGR)
- za x_i dosazují výraz $(1 + \text{ÚROK})$ v daném období

Harmonický průměr:

- souvisí s DCA = dollar cost averaging, když investuji fixní částku a nakupuji za ni po každé jiné množství investic podle toho, jaká je aktuálně cena
- vypočítá průměrnou nákupní cenu investice při různých cenách a různých výších investice

$$\bar{x}_h = \frac{\sum_{i=1}^n k_i}{\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{c_i}}$$

Syntaxe funkce v Excelu / Google Sheets

= AVERAGE (hodnota nebo rozsah; hodnota nebo rozsah; ...) průměr angl. "average" nebo také "mean"

= GEOMEAN (hodnota nebo rozsah; hodnota nebo rozsah; ...)

- argumenty funkce musejí být ve tvaru $(1 + i)$, kdy i = úrok v daném období
- výsledek vyjde ve tvaru $1 + \text{CAGR}$, od výsledku je tedy potřeba jedničku odečíst.

= HARMEAN (... totéž)

CAGR = COMPOUND ANNUAL GROWTH RATE = složená roční míra růstu = "vyhlazená" míra návratnosti

= měří růst investice, jako by rostla stabilním tempem na ročním složeném základě (exponenciálně).

Příklad 1: Výpočet výše úspor z průměrného úroku

Sedí takhle finančník na pivu v baru Zahrada a přítelkyně se mu zmíní, že jí banka ukazuje průměrnou úrokovou sazbu 3,67 %. Finančník v sazebníku banky dohledá takovéto pásmové úročení (viz tabulka). Kolik má přítelkyně celkem v bance peněz?

Zůstatek na účtu	Úroková sazba (p.a.)*
0 - 500 000	4,01 %
500 000,01 - 1 000 000	3,58 %
Nad 1 000 000	3,08 %

*Zůstatek se úročí dle úrokových pásem příslušnou úrokovou sazbou.

Postup: jde o vážený průměr tabulkových sazeb, váhy = jednotlivá pásma v CZK. Neznámá váha = zůstatek nad 1 mil. Kč.

Výpočet: $500K \times 4,01 \% + 500K \times 3,58 \% + xK \times 3,08 \% = (500K + 500K + xK) \times 3,67 \%$

Zjednodušeně: $500 \times (4,01 + 3,58) + 3,08x = 3670 + 3,67x \implies$ Vyjádříme $x = 211,86 \implies 500K + 500K + 211,86K$ celkem.

Interpretace: Dle předpokládaných pásem a úrokových sazeb dosáhne přítelkyně průměrné úrokové sazby 3,67 % právě tehdy, když bude mít spořicímu účtu zůstatek asi **1 211 860 Kč**.

Příklad 2: Geometrický průměr (výnos z investic)

Zadání

Představte si, že investujete do akcií, jejichž roční výnosy jsou následující:

1. Rok + 10 % (0,10)
2. Rok — 5 % (-0,05)
3. Rok + 12 % (0,12)

Jaký je průměrný roční výnos vaší investice za tyto tři roky?

Postup výpočtu

Krok 1: Zjistíme FV a PV.

$$PV = 1$$

$$FV = (1 + 10\%) \times (1 - 5\%) \times (1 + 12\%)$$

$$FV = 1,1704$$

Krok 2: Odmocníme poměr FV/PV počtem období

$$1,1704^{(1/3)} = 1,05384\dots$$

$$CAGR = GEOMEAN - 1$$

$$CAGR = 5,38\%$$

Interpretace

Investice, která se vyvíjela tak, že první rok rostla o 10 %, druhý klesala o 5 % a třetí rok rostla o 12 % má průměrné roční tempo růstu 5,38 %.

$$CAGR = \left(\frac{FV}{PV} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Kde:

- FV = budoucí hodnota investice (Future Value),
- PV = současná hodnota investice (Present Value),
- n = počet let nebo období.

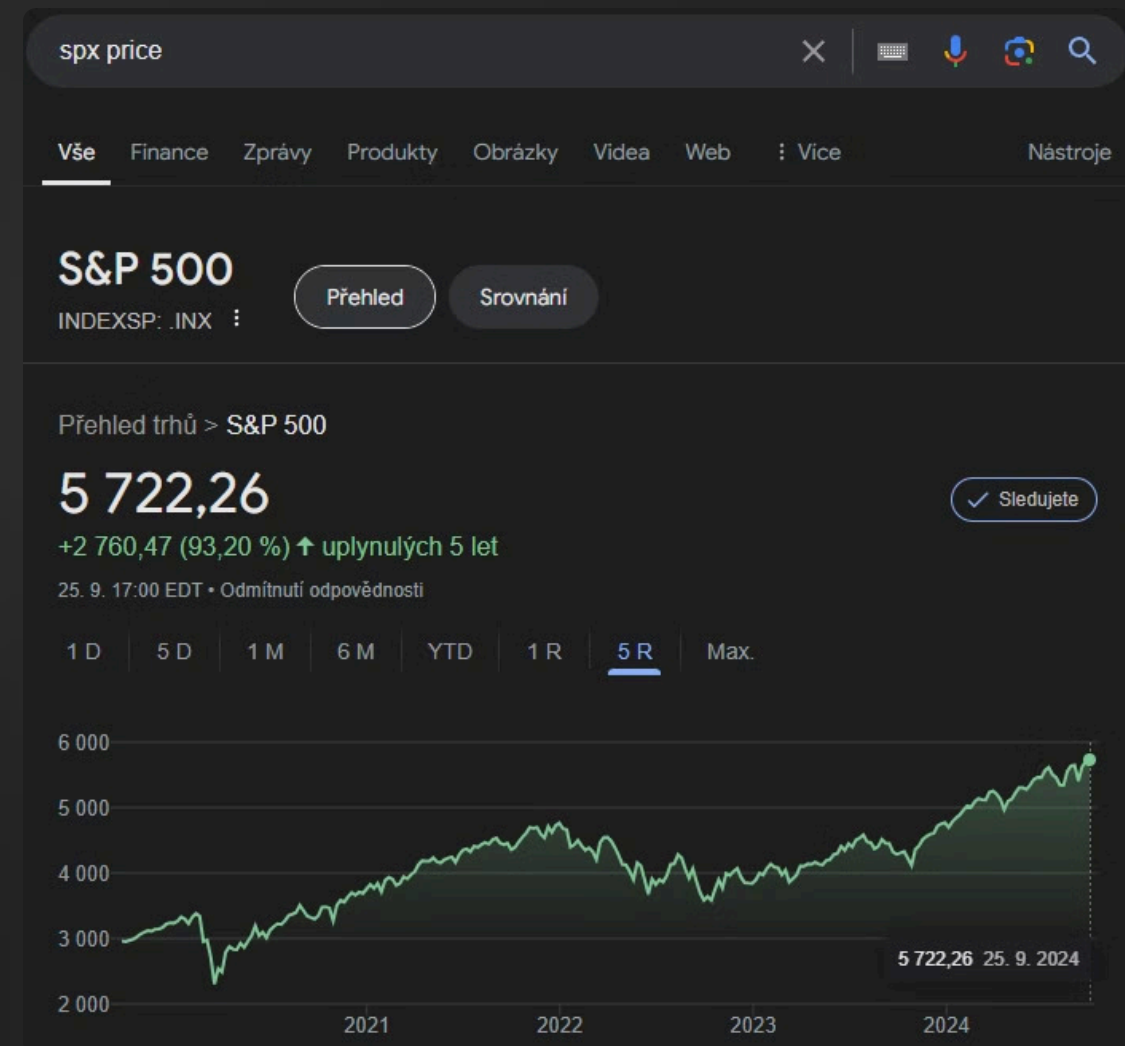
Příklad 3:

Geometrický průměr výkonnosti indexu - zisk

Vypočítejte CAGR (Compound Annual Growth Rate = geometrický průměr / průměrné roční tempo růstu) indexu S&P 500 (ticker "SPX") za posledních 5 let.

Krok 1 zde není potřeba, do hodnoty z kroku 2 se dostaneme sestavením poměru pozdější a dřívější hodnoty (FV/PV):

- $FV = 5722,26$
- $PV = 2961,79 = 5722,26 - 2760,47$
- $FV/PV = 5722,26 / 2961,79 = 1,9320$



Funguje to i pro procenta - stejnou hodnotu dostaneme, když sečteme:

- $(100 \% \text{ PŮVODNÍ HODNOTA} + 93,20\% \text{ ZISK}) / 100 \% \text{ PH}$

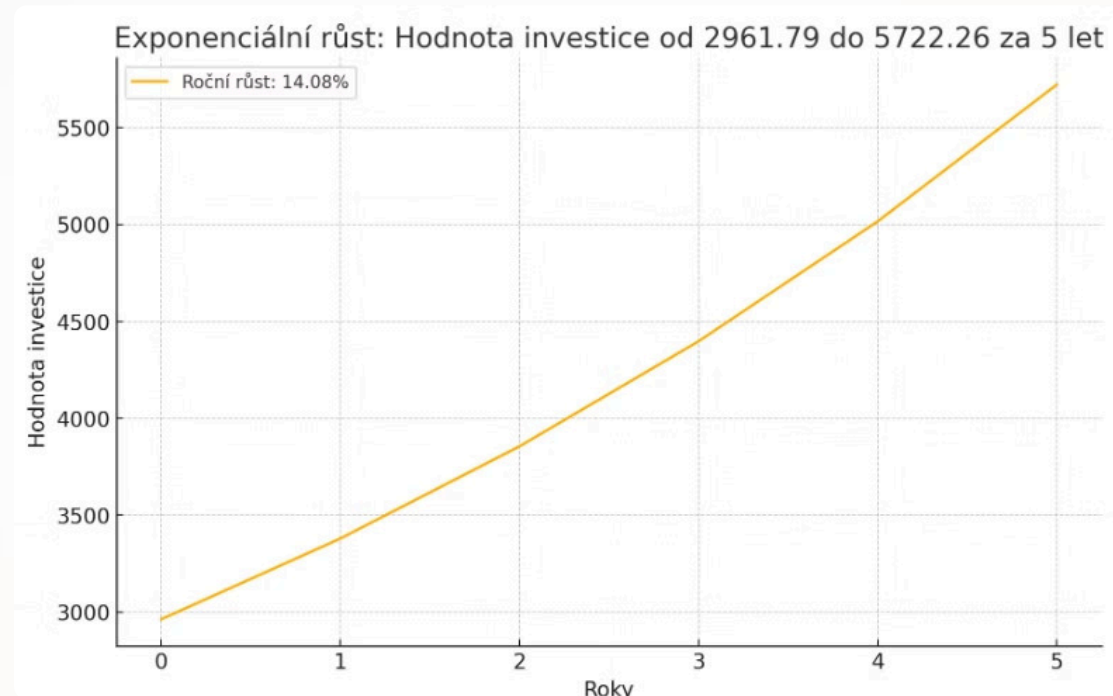
Získali jsme celkový nárůst. Z něj provedeme 5. odmocninu (období = 5 let) = $1,9320^{(1/5)} = 1,140782....$

$$\text{CAGR} = (\text{GEOMEAN} - 1) \times 100 \%$$

$$\text{CAGR} = 14,08 \%$$

Interpretace: Tím, jak se průběh indexu vyvíjel, docházelo k růstům a poklesům, až nakonec index dosáhl jisté vyšší hodnoty po 5 letech. Dosáhl takové hodnoty, jaké by dosáhl, kdyby rostl stále stejným ročním tempem ve výši 14,08 % (bez poklesů a růstů).

Pokud by se vyvíjel průběh indexu v souladu s průměrem, byl by graf vývoje "hladkou" exponenciálou bez "ups and downs".



Příklad 4: Geometrický průměr výkonnosti indexu - ztráta

Vypočítejte CAGR ETF fondu iShares Global Clean Energy (ticker INRG) za celou dobu jeho existence.

Výpočet celkového Z_i/Z_t : $(100\% - 53,73\%) / 100\% = 1 - 0,5373 = 0,4627$

Výpočet celých let: $2024 - 2007 = 17$ let

Odmocnění výsledku počtem celých let $GEOMEAN = 0,955678322.... (-1)$

Pro CAGR musím odečíst hodnotu 1: $-0,044321... = -4,43\%$

Interpretace: Průměrná roční výkonnost (CAGR) daného ETF na období 17 let (konkrétně od 2007 do 2024) je $-4,43\%$ a fond prodělává peníze.

Zamyšlení: jak lze na prodávajícím aktivu realizovat zisk (vydělat)?



Příklad 5: Geometrický průměr výkonnosti nemovitostního OPF

V seznamu regulovaných subjektů (působících na finančním trhu) vedeném ČNB (odkaz:

https://apl.cnb.cz/apljerrsdad/JERRS.WEB09.DIRECT_FIND?p_lang=cz) lze dohledat např. ATRIS investiční společnost, a.s., která působí jako obhospodařovatel ("správce") podílového fondu "Realita", který se zabývá investicemi do českých komerčních nemovitostí. Vypočtěte průměrnou roční návratnost fondu (CAGR) za celou dobu jeho existence (s přesností na celé měsíce).

Postup:

- najedu na web Atris,
- pohledám dokumenty k fondu, nebo alespoň graf s hodnotami podílového listu (PL),
- první hodnota = PV; poslední hodnota = FV
- počet měsíců existence fondu skrze funkci =DATEDIF("9.4.2010";TODAY;"m") = ?
- počet let = předešlý počet měsíců / 12 → NECHAT VE ZLOMKU
- výpočet CAGR = $(FV/PV)^{(1/\text{počet let ve zlomku})} - 1$, mimochodem, dělit zlomkem = násobit jeho převrácenou hodnotou, takže...
- výpočet CAGR = $(FV/PV)^{(12 / \text{počet měsíců})} - 1 = ??$
- KOLIK VÁM VYŠEL VÝSLEDEK?

KDYŽ JI MILUJEŠ, NENÍ CO ŘEŠIT.



Příklad 6: CAGR tržeb Kofoly

Kofola je společnost listovaná na BCPP (listovaná = veřejně obchodovaná).
Vypočítejte CAGR tržeb této společnosti za posledních 5 let, zaokrouhlit
matematicky na 2 desetinná místa.

(Výsledek = mobil + 3 minuty času.)

HLASTE VÝSLEDKY NYNÍ.

Friendly reminder: tržby = REVENUE

Příklad 7: Harmonický průměr

$$\bar{x}_h = \frac{\sum_{i=1}^n k_i}{\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{c_i}}$$

Zadání

Tabulka napravo ukazuje, že jste provedli investici 50\$ každý měsíc (viz sloupec Contribution) do ETF, jehož podkladovým aktivem je index S&P 500. Koupili jste vždy za cenu ukázanou ve sloupci B. Jaká je vaše průměrná nákupní cena?

Nápověda: čítecel celkem investovaná částka, jmenovatel celkem nakoupené kusy = průměrná cena za 1 kus.

Jak získám nakoupené kusy? Tabulkou nakoupených kusů v dalším sloupci.

	S&P 500 Index Fund	Contribution
Pay 1	\$10.00	\$50.00
Pay 2	\$10.50	\$50.00
Pay 3	\$10.75	\$50.00
Pay 4	\$11.00	\$50.00
Pay 5	\$10.25	\$50.00
Pay 6	\$9.95	\$50.00
Pay 7	\$10.15	\$50.00
Pay 8	\$10.35	\$50.00
Pay 9	\$10.75	\$50.00
Pay 10	\$11.25	\$50.00

Příklad 7: Harmonický průměr

$$\text{Harmonický průměr} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{PAY}_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\text{PAY}_i}{\text{PRICE}_i}}$$

	S&P 500 Index Fund	Contribution	Shares Bought
Pay 1	\$10.00	\$50.00	5.00
Pay 2	\$10.50	\$50.00	4.76
Pay 3	\$10.75	\$50.00	4.65
Pay 4	\$11.00	\$50.00	4.55
Pay 5	\$10.25	\$50.00	4.88
Pay 6	\$9.95	\$50.00	5.03
Pay 7	\$10.15	\$50.00	4.93
Pay 8	\$10.35	\$50.00	4.83
Pay 9	\$10.75	\$50.00	4.65
Pay 10	\$11.25	\$50.00	4.44
	Dollar Cost Average	Total Contribution	Total Shares Bought
	\$10.48	\$500.00	47.71

WACC

1

Weighted average cost of capital

Vážený průměr nákladů kapitálu. Průměruje náklady na vlastní i cizí kapitál do jednoho čísla.

2

Výpočet

Vlastní kapitál × náklad na něj + cizí kapitál × náklad na něj, to celé děleno celkový kapitál (pasiva nebo aktiva)

3

Vzorec

$$WACC = r_e * \frac{E}{C} + r_d * \frac{D}{C} * (1 - t)$$

E = VK, D = CK, C = celkový K, r = náklad v %, t = daň

4

Co s tou daní

Za cizí kapitál se platí úrok, který je daňově účinným nákladem. Snižuje tak základ daně.



AKA ...

Weighted average cost of capital formula

$$WACC = \left(\frac{E}{V} \times Re \right) + \left(\frac{D}{V} \times Rd \times (1 - Tc) \right)$$

E = market value of the firm's equity

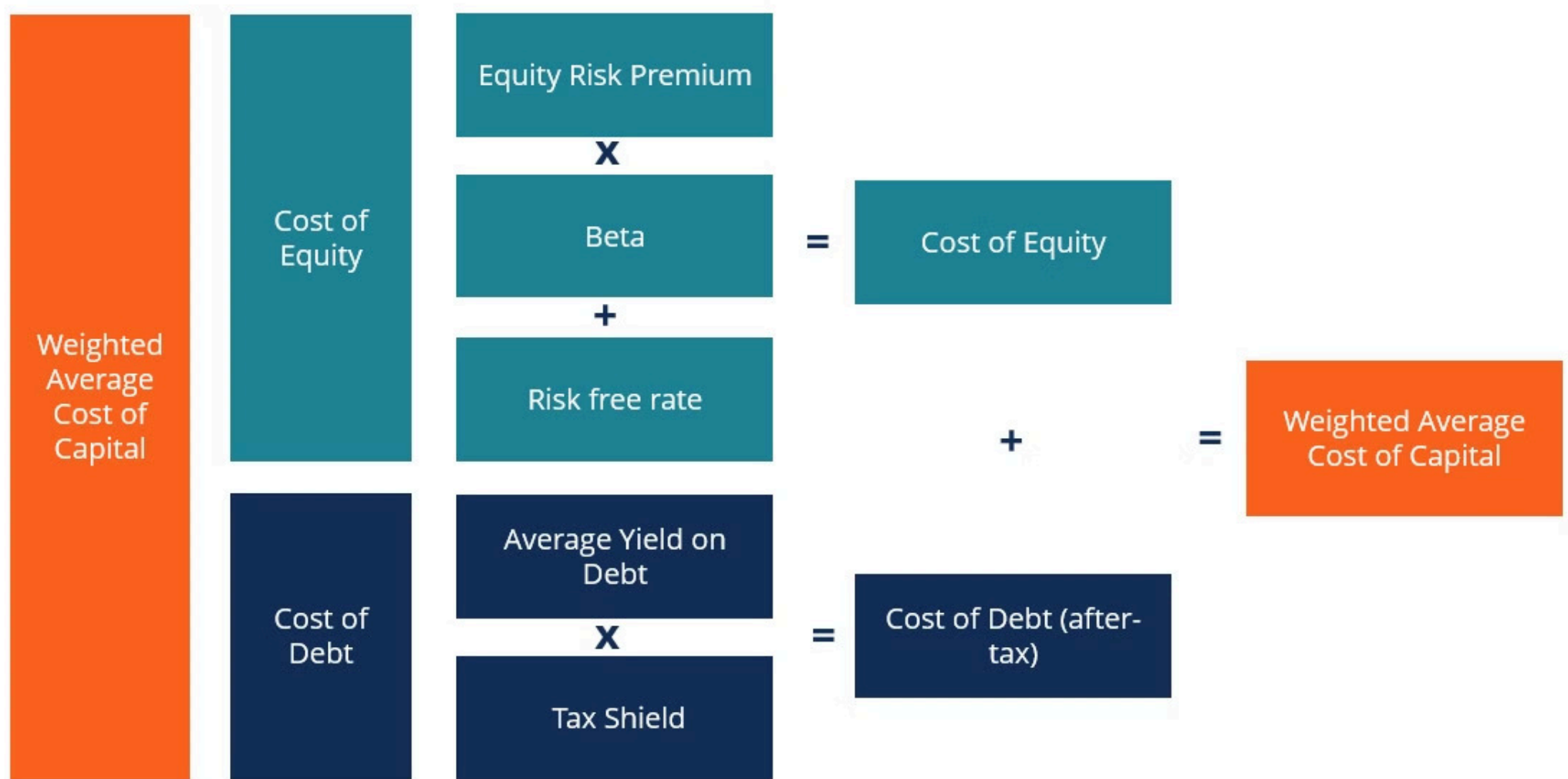
D = market value of the firm's debt

Tc = corporate tax rate

Re = cost of equity

Rd = cost of debt

V = E + D



WACC v kontextu CAPM (beta)

Příklad 8: WACC

Zadání

Firma má následující strukturu kapitálu:

- vlastní kapitál = 1 mil. Kč,
- vlastníkem požadované RoE = 10 %
- cizí kapitál = 500 000 Kč,
- Náklady na cizí kapitál = 5 %
- sazba daně z příjmů PO = 21 %

Vypočtěte hodnotu WACC.

Výpočet

1. Krok — výpočet celkového kapitálu (1,5 mil.)
2. Krok — čítec: 1 mil. $\times$ 10 % + 500 tis. $\times$ 5 % $\times$ (1 - 21%)
3. Krok — jmenovatel: celkový kapitál
4. Krok — zjednodušeně:

$$WACC = (0,1 \times 1\,000\,000 + 0,05 \times 500\,000 \times 0,79) / 1\,500\,000$$

$$WACC = 0,07983 = 7,983 \%$$

Příklad 9: Daňový štít (tax shield) u hypotéky

Jste FO. Úroky zaplacené z hypotečního úvěru (na vlastní bydlení) si můžete odečíst od základu daně, což pochopitelně uděláte. Vypočítejte, kolik vás efektivní úrokovou sazbu hypotéky, která má na smlouvě uvedenou nominální úrokovou sazbu 4,89 % (= aktuální sazba podzim 2024.) Strop maximálního odpočtu úroků od ZD zde zanedbejte.

Postup: $i(\text{NOM}) = 4,89 \%$; tax rate $T = 15 \%$; tax shield $= (1 - T) = 85 \% = 0,85$

Výpočet efektivní úrokové sazby: $4,89 \% \times (1 - 15 \%) = 4,89 \% \times 0,85 = 4,1565 \%$

Nominální úroková sazba	Efektivní úroková sazba
4,89 %	4,1565 %
"co je na smlouvě uvedeno"	"co skutečně zaplatím ze své kapsy"

Interpretace: Přestože mi smlouva předepisuje hradit úrok 4,89 %, ze své vlastní kapsy zaplatím pouze 4,1565 %, protože zbytek (0,7335 %) mi "zadotuje" stát formou "slevy" (úlevy) na dani.

Diskuse:

- Ve kterých případech nelze využít výhody daňového štítu a úroková sazba efektivní je stejná jako nominální? (=kdy vám stát nezadotuje úroky?)
- Jaký vliv na rozdíl efektivní a nominální úrokové sazby má zastropování maximálního odpočtu od ZD?
- Ve kterých případech je efekt daňového štítu ještě **větší**?
- Jaké je praktické využití tohoto mechanismu v kombinaci se zhodnocováním volných prostředků?

Příklad 9b: Investiční rozhodování

Máte hypotéku z předešlého příkladu (na 30 let). Máte možnost stejnou částku zhodnotit úplně stejnou úrokovou (výnosovou) mírou. Rozhodněte, zda když zaplatíte úrok 4,89 % z hypotéky a zároveň získáte průměrné zhodnocení (CAGR) z investice do CP rovněž 4,89 % bude výsledný stav vašeho "účtu bohatství":

- A) Stejný jako kdybyste neměli ani hypotéku, ani vklad (náklady a výnosy se vzájemně "vyruší" a vyjde to "šul nul".)
- B) Budete mít více peněz (+ proč a o kolik, např. po 5 letech) = kladný rozdíl
- C) Budete mít méně peněz (+ proč a o kolik, např. po 5 letech) = záporný rozdíl

????????????????



Příklad 9b: řešení

Výpočet zaplacených úroků za prvních 5/30 let hypotéky, např. 1 mil. Kč:

- excel funkce =CUMIPMT (RATE; NPER; PV; PRVNÍ OBDOBÍ; POSLEDNÍ OBDOBÍ; TYPE) = CUMULATIVE INTEREST PMT
- =CUMIPMT (4,89 % × 0,85 / 12 ; 30 × 12 ; 1000000 ; 1 ; 60 ;) = —**198 630 Kč**

Výpočet "naběhlých" úroků ze spoření:

- výpočet úroků dle vzorce pro FV = $1\,000\,000 \times (1 + 4,89\% / 12) ^{60} = 1\,276\,348$ (**zisk 276 348 Kč**)

Výsledek: Přestože mají úvěr i investice stejnou nominální "úrokovou" míru, budete mít o **77 718 Kč** větší hodnotu bohatství, než kdybyste neměli ani hypotéku ani investici.

Odůvodnění výsledku:

- Úroky zaplacené z úvěru jsou každý měsíc nižší díky každý měsíc nižší dlužné částce ("složené úročení směrem dolů" = anuitní).
- Skutečně zaplacené úroky na hypotéce jsou také nižší kvůli státní podpoře/daňové úlevě (odečitatelnost, daňový štít).
- "Úroky"/výnosy z investice jsou každý měsíc vyšší díky složenému úročení směrem nahoru.

Všechny tyto tři faktory působí **VE VÁŠ PROSPĚCH = PRO RŮST HODNOTY VAŠEHO BOHATSTVÍ.**

P10: Zadání

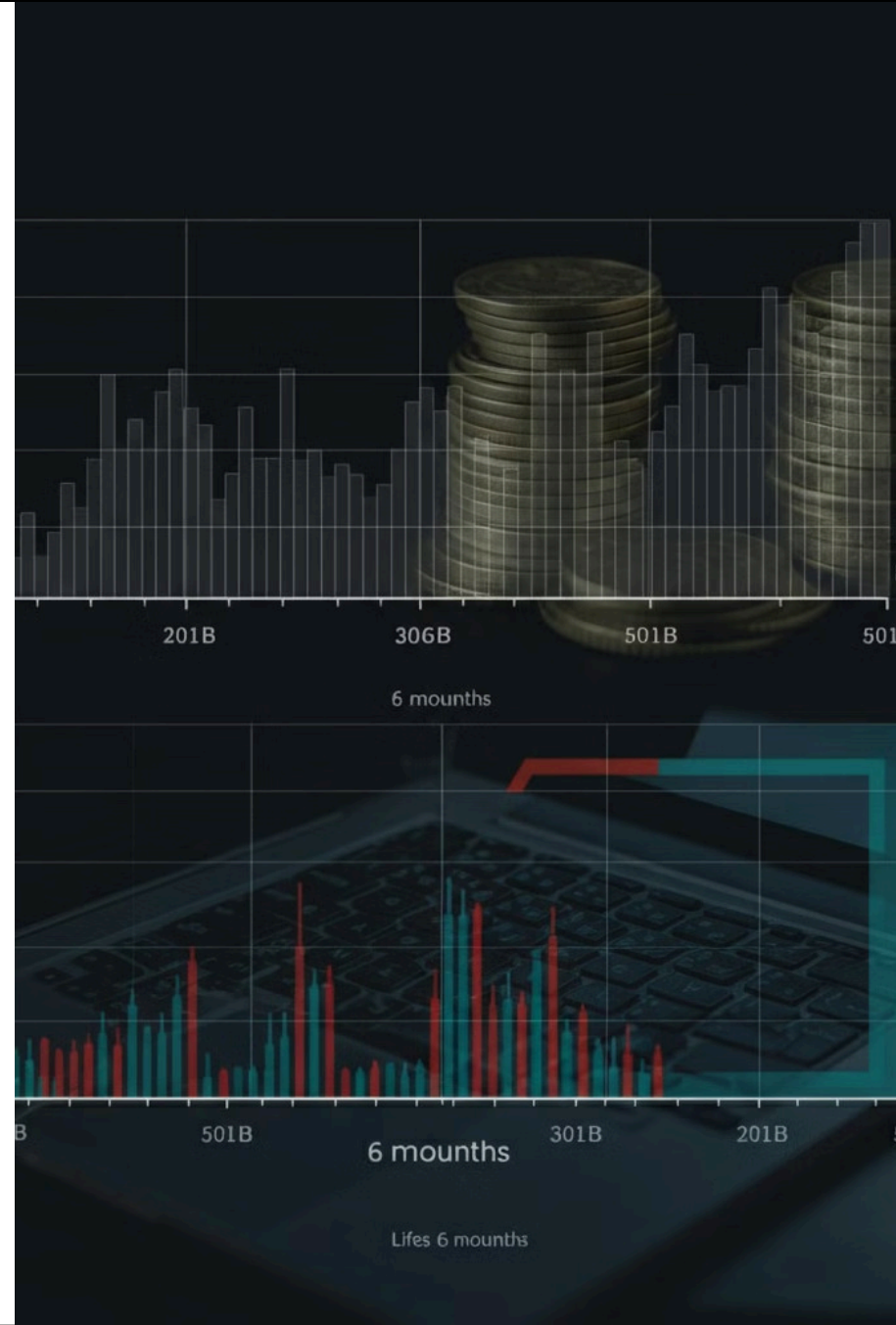
Investor se rozhodne investovat 500 000 Kč do podílového fondu, který se skládá z 60 % akcií a 40 % dluhopisů. Za prvních 6 měsíců akciová část fondu vzroste o 10 %, ale dluhopisová část poklesne o 2 %. Fond si účtuje roční poplatek za správu ve výši 1,5 % z investované částky (počítáno z průměrné hodnoty). Na konci prvních 6 měsíců se investor rozhodne přerozdělit portfolio na poměr 70 % akcií a 30 % dluhopisů. Za druhých 6 měsíců akciová část vzroste o 8 %, zatímco dluhopisová část vzroste o 1%.

Jaká bude hodnota investice po prvních 6 měsících před přerozdělením portfolia?

Jaká bude hodnota investice po přerozdělení portfolia a dalších 6 měsících růstu?

Jaká bude celková hodnota investice po 1 roce, zohledníme-li roční poplatek 1,5 %?

Jaké bude celkové zhodnocení p.a. v absolutní (Kč) i relativní hodnotě (%)?



P10: Otázky a počáteční výpočty

Jaká bude hodnota investice po prvních 6 měsících před přerozdělením portfolia?

Jaká bude hodnota investice po přerozdělení portfolia a dalších 6 měsících růstu?

Jaká bude celková hodnota investice po 1 roce, zohledníme-li roční poplatek 1,5 %?

Jaké bude celkové zhodnocení p.a. v absolutní (Kč) i relativní hodnotě (%)?

Řešení:

Krok 1: Hodnota po prvních 6 měsících

Na začátku má investor 500 000 Kč, z toho:

- 60 % v akcích: $0,6 \times 500\,000 = 300\,000$ Kč
- 40 % v dluhopisech: $0,4 \times 500\,000 = 200\,000$ Kč

Po 6 měsících:

- Akciová část vzrostla o 10 %: $300\,000 \times 1,10 = 330\,000$ Kč
- Dluhopisová část poklesla o 2 %: $200\,000 \times 0,98 = 196\,000$ Kč

Celková hodnota portfolia po prvních 6 měsících je: $330\,000 + 196\,000 = 526\,000$ Kč

P10: Pokračování

Krok 2: Přerozdělení portfolia

Po prvních 6 měsících se investor rozhodne změnit alokaci na 70 % akcií a 30 % dluhopisů.

Celková hodnota po zhodnocení a před přerozdělením: 526 000 Kč

Nové rozložení:

70 % do akcií: $0,7 \times 526\,000 = 368\,200$ Kč

30 % do dluhopisů: $0,3 \times 526\,000 = 157\,800$ Kč

PŘEROZDĚLENÍ = REBALANCOVÁNÍ, obvykle se děje v praxi každý měsíc.

V důsledku různého vývoje držných tříd aktiv (akcie, dluhopisy) se poměry "rozjedou". Smyslem rebalancování je každý měsíc vyrovnat poměry do původně stanovené hodnoty dle zvolené strategie.

P10: Další výpočty a konečný výsledek

Krok 3: Hodnota po dalších 6 měsících

Po druhých 6 měsících:

Akciová část vzrostla o 8 %: $368\,200 \times 1,08 = 397\,656$ Kč

Dluhopisová část vzrostla o 1 %: $157\,800 \times 1,01 = 159\,378$ Kč

Celková hodnota portfolia po 12 měsících je:

$397\,656 + 159\,378 = \mathbf{557\,034\,Kč}$ (+57 034 brutto, tj. +11,41 % p.a.)

Krok 4: Odečtení ročního poplatku

Roční poplatek za správu činí 1,5 % z průměru počáteční a konečné částky, tedy:

$(500\,000 + 557\,034) / 2 \times 0,015 = \mathbf{7\,928\,Kč}$

Celková hodnota investice po odečtení poplatku je:

$557\,034 - 7\,928 = \mathbf{549\,106\,Kč}$ (+49 106 netto, tj. +9,8 % p.a.)

P10: Závěr

Konečný výsledek

Po roce a započítání všech růstů, poklesů a poplatků bude celková hodnota investice 549 106 Kč.

Zhodnocení investice

Investor začal s 500 000 Kč a po roce má 549 106 Kč, což představuje zhodnocení o 49 106 Kč nebo přibližně 9,8%.

Vliv přerozdělení portfolia

Přerozdělení portfolia na 70 % akcií a 30 % dluhopisů po prvních 6 měsících pomohlo investorovi využít silnějšího růstu akciové části v druhé polovině roku.



P11: Dollar Cost Averaging

Investor investuje každý měsíc částku 5 000 Kč do podílového fondu po dobu 6 měsíců. Hodnota podílových jednotek se mění takto:

Měsíc	Hodnota podílové jednotky (Kč)
1	100
2	110
3	120
4	90
5	95
6	100

- Kolik podílových jednotek si investor každý měsíc pořídí?
- Kolik podílových jednotek celkem nasbírá za 6 měsíců?
- Jaká bude hodnota jeho investice po 6 měsících, pokud podílová jednotka má v 6. měsíci hodnotu 100 Kč?

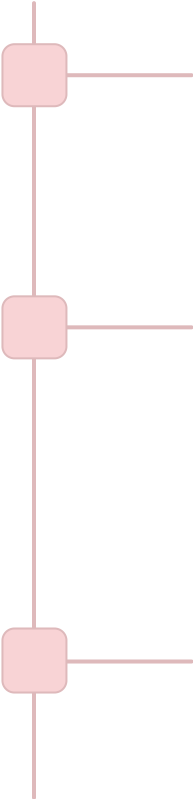
P11: Řešení

$$\text{Počet jednotek} = \frac{5000}{\text{Hodnota podílové jednotky}}$$

Krok 1: Počet podílových jednotek zakoupených každý měsíc

Měsíc	Hodnota podílové jednotky (Kč)	Počet zakoupených jednotek
1	100	$\frac{5000}{100} = 50$
2	110	$\frac{5000}{110} \approx 45,45$
3	120	$\frac{5000}{120} \approx 41,67$
4	90	$\frac{5000}{90} \approx 55,56$
5	95	$\frac{5000}{95} \approx 52,63$
6	100	$\frac{5000}{100} = 50$

P11: Další kroky



Krok 2: Celkový počet PJ

$$50 + 45,45 + 41,67 + 55,56 + 52,63 + 50 = 295,31$$

Krok 3: Hodnota investice po 6 měsících

Na konci 6. měsíce má podílová jednotka hodnotu 100 Kč, takže celková hodnota investice bude:

$$295,31 \times 100 = 29\,531 \text{ Kč}$$

Krok 4: Celková investovaná částka

Investor investoval každý měsíc 5 000 Kč po dobu 6 měsíců, tedy celkově: $5000 \times 6 = 30\,000 \text{ Kč}$



P11: Závěr

- Celková hodnota investice po 6 měsících je 29 531 Kč.
- Celková investovaná částka byla 30 000 Kč.
- Investor tedy ztratil 469 Kč, což představuje malý pokles o 1,56 %.

Tento příklad ukazuje, jak může pravidelná investice pomoci snížit riziko tím, že investujeme v různých fázích trhu, ale i tak je hodnota investice závislá na konečné hodnotě podílové jednotky.