Příklad 6.: Je dána kontingenční tabulka obsahující hodnoty simultánní četnostní funkce p(x,y) vektorového znaku (X, Y):

x	y		
	0	1	2
0	0,20	0,20	0,00
1	0,05	0,25	0,03
2	0,05	0,01	0,05
3	0,05	0,01	0,10

a) Doplňte tabulku o marginální četnostní funkce $p_1(x)$, $p_2(y)$.
b) Vypočtěte průměry znaků X, Y.
c) Vypočtěte rozptyly znaků X, Y.
d) Vypočtěte a interpretujte koeficient korelace znaků X, Y.

RIEŠENIE:

a)

x	y			$p_1(x)$
	0	1	2	
0	0,20	0,20	0,00	0,40
1	0,05	0,25	0,03	0,33
2	0,05	0,01	0,05	0,11
3	0,05	0,01	0,10	0,16
$p_2(y)$	0,35	0,47	0,18	1

b) $\overline{x}$ ... průmer znaku X
$\overline{y}$ ... průmer znaku Y

$$\overline{x} = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot p_1(x_i)$$

$$\overline{x} = 1 \cdot 0{,}33 + 2 \cdot 0{,}11 + 3 \cdot 0{,}16 = \boxed{1{,}03}$$

$$\overline{y} = 1 \cdot 0{,}47 + 2 \cdot 0{,}18 = \boxed{0{,}83}$$

c) $s_x^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2$ $\qquad s_Y^2 = \overline{y^2} - \overline{y}^2$

$$s_x^2 = 1^2 \cdot 0{,}33 + 2^2 \cdot 0{,}11 + 3^2 \cdot 0{,}16 - 1{,}03^2 =$$
$$= \boxed{1{,}1491}$$

$$S_Y^2 = 1^2 \cdot 0{,}47 + 2^2 \cdot 0{,}1 - 0{,}83^2 = \boxed{0{,}5011}$$

d) $$r_{XY} = \frac{COV(X,Y)}{S_X \cdot S_Y} \qquad S_X = \sqrt{S_X^2} \quad S_Y = \sqrt{S_Y^2}$$

$|r| \leq 0{,}3$ malá lin. závislosť

$0{,}3 < |r| \leq 0{,}8$ mierna lin. závislosť

$|r| > 0{,}8$ silná lin. závislosť

$$COV(X,Y) = (x_1 \cdot y_1 \cdot p_{11} + x_1 \cdot y_2 \cdot p_{12} + x_2 \cdot y_1 \cdot p_{21} + x_2 \cdot y_2 \cdot p_{22} + x_3 \cdot y_1 \cdot p_{31} + x_3 \cdot y_2 \cdot p_{32}) - \overline{x} \cdot \overline{y}$$

$$COV(X,Y) = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}25 + 1 \cdot 2 \cdot 0{,}03 + 2 \cdot 1 \cdot 0{,}01 + 2 \cdot 2 \cdot 0{,}05 + 3 \cdot 1 \cdot 0{,}01 + 3 \cdot 2 \cdot 0{,}1 - 1{,}03 \cdot 0{,}83 = \boxed{0{,}3051}$$

$$r_{XY} = \frac{0{,}3051}{\sqrt{1{,}1491} \cdot \sqrt{0{,}5011}} \doteq \boxed{0{,}4021}$$

Mezi znaky X a Y existuje mierna lineárna závislost.