1. KOMBINATORIKA

Kombinatorika, čili nauka o skupinách, řeší problémy spojené s určováním počtu skupin, sestavených podle určitých pravidel z prvků dané konečné množiny.

Znalosti z této oblasti matematiky jsou důležité pro řešení řady problémů v matematice i jejích aplikacích. Poznatky nalézají uplatnění při řešení úloh v pravděpodobnosti, která tvoří teoretický základ statistiky. Všechny tyto matematické disciplíny nacházejí uplatnění ve fyzice, biologii i dalších přírodních vědách, v mnoha odvětvích technických věd i věd společenských.

Vznik kombinatoriky i pravděpodobnosti je datován do 17. století a byl podmíněn potřebami hazardních hráčů, holdujících karetním hrám a hrám s kostkami. Cílem bylo především předpovědět pravděpodobnosti výhry v různých situacích.

Jedním ze základních pojmů kombinatoriky je pojem k-tice prvků, kde k-ticí rozumíme výběr k prvků z jisté, blíže určené skupiny prvků. Vybrané prvky se v k-tici buď mohou, nebo nemohou opakovat. Dále rozlišujeme, zda jsou k-tice uspořádané či nikoliv. Uspořádané jsou, když v nich rozlišujeme pořadí prvků a záměnou prvků vzniká další možná k-tice. Například záměnou cifer 2 a 3 v čísle 123 vznikne nové číslo 132.

1.1. Kombinatorické pravidlo součinu :

Počet všech uspořádaných k-tic z n prvků, jejichž první člen lze vybrat právě n_1 způsoby, druhý člen po výběru prvního členu právě n_2 způsoby atd. až k-tý člen po výběru (k-1)-ho členu právě n_k způsoby, je roven součinu $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$.

1.2. Variace, permutace a kombinace

Variací k-té třídy bez opakování z n-prvkové množiny rozumíme každou uspořádanou k-tici, sestavenou z těchto prvků tak, že každý je v ní obsažen nejvýše jednou. Jejich počet je dán vztahem:

$$V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

Variací k-té třídy s opakováním z n-prvkové množiny rozumíme každou uspořádanou k-tici, sestavenou pouze z těchto n prvků (prvky se v ní mohou opakovat). Jejich počet je dán vztahem: $V'_k(n) = n^k$

Permutací bez opakování z n-prvkové množiny rozumíme každou uspořádanou n-tici prvků, vytvořenou z dané n-prvkové množiny tak, že každý prvek je v ní obsažen právě jednou. Jejich počet je dán vztahem: $P(n) = n!$

Permutací z m-prvkové množiny $M = \{ a_1, a_2, \ldots, a_m \}$ **s opakováním** prvku a_1 právě k_1 krát, prvku a_2 právě k_2, ..., prvku a_m právě k_m krát, kde $k_1 + k_2 + \ldots + k_m = n$, rozumíme takovou uspořádanou n-tici, vytvořenou ze všech m ($m \le n$) prvků množiny M, že se v této n-tici prvek a_1 vyskytuje právě k_1 krát, prvek a_2 právě k_2, . . ., prvek a_m právě k_m krát. Jejich počet je dán vztahem: $P'_{k_1,k_2,\ldots k_m}(n) = \dfrac{n!}{k_1!k_2!\ldots k_m!}$

Kombinací k-té třídy z n-prvkové množiny **bez opakování** rozumíme každou neuspořádanou k-tici, vytvořenou z n-prvkové množiny (každý prvek je v ní obsažen nejvýše jednou). Počet k-prvkových kombinací bez opakování je dán vztahem:

$$C_k(n) = \binom{n}{k}$$

Kombinací k-té třídy z n-prvkové množiny **s opakováním** rozumíme každou k-tici prvků této množiny takovou, že se v ní každý prvek může opakovat nejvýše k krát. Počet k-prvkových kombinací s opakováním je dán vztahem:

$$C'_k(n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Jednotlivé vztahy pro výpočet počtu skupin ukazuje přehledně následující tabulka:

	počet skupin bez opakování	***počet skupin s opakováním***
Variace	$V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!}$	$V'_k(n) = n^k$
Permutace	$P(n) = n!$	$P'_{k_1, k_2, \ldots k_m}(n) = \frac{n!}{k_1!k_2!\ldots k_m!}$
Kombinace	$C_k(n) = \binom{n}{k}$	$C'_k(n) = \binom{n+k-1}{k}$

2. NÁHODNÉ JEVY

2.1. Základní pojmy

DEFINICE 2.1.1.: Pod **náhodným pokusem P** rozumíme takový pokus, jehož výsledek závisí na náhodě a který lze za stejných podmínek zopakovat libovolně mnohokrát.

Je zřejmé, že náhodný pokus má alespoň 2 různé výsledky, protože v opačném případě bychom nemohli tvrdit, že výsledek závisí na náhodě. Dále předpokládáme, že po vykonání náhodného pokusu může nastat jen jeden výsledek.

DEFINICE 2.1.2.: Výsledek náhodného pokusu nazýváme **elementární jev**.
DEFINICE 2.1.3.: Množinu S všech elementárních jevů nazýváme **základní prostor.**
DEFINICE 2.1.4.: Libovolnou podmnožinu A základního prostoru S nazýváme **náhodný jev**.

Poznámka: Náhodné jevy budeme značit velkými tiskacími písmeny (např. A, B...) nebo v případě velkého počtu náhodných jevů velkými tiskacími písmeny s indexy (např. A_1, A_2, . . . B_1,. . .). Systém náhodných jevů $A_1, A_2, \ldots, A_n$ budeme označovat $\{A_i\}_{i=1}^n$.

Pokud nebude v dalším textu uvedeno jinak, budeme předpokládat, že jevy, se kterými budeme pracovat, jsou podmnožinami daného základního prostoru.

Zápis náhodných jevů
1) výčtem elementárních jevů $A = \{e_1, e_4, e_5\}$
2) slovním popisem   A = slovní opis jevu
3) pomocí výroků   A = {e; výrok V}

Pojem „ ***Nastal náhodný jev A***“ znamená, že výsledkem náhodného pokusu byl elementární jev e, patřící do množiny A ($e \in A$).