

PŘÍPRAVNÉ PŘÍKLADY PRO ZÁPOČTOVÝ TEST

XRM2 Základy matematiky 2

1. Níže uvedené výrazy zjednodušte a uveďte podmínky, za kterých mají smysl:

$$a) \left(\frac{a+b}{2a-2b} - \frac{a-b}{2a+2b} - \frac{2b^2}{b^2-a^2} \right) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) =$$

$$b) \frac{\frac{1-x}{1-x+x^2} + \frac{1+x}{1+x+x^2}}{\frac{1-x}{1+x+x^2} - \frac{1-x}{1-x+x^2}} =$$

$$c) \left(\frac{2a^2-2}{a^2+ab} \cdot \frac{a+b}{1-a} \right) : \frac{a^3+1}{a} =$$

$$d) \left(\frac{x^2+xy}{x^3+x^2y+xy^2+y^3} + \frac{x}{x^2+y^2} \right) : \left(\frac{1}{x-y} - \frac{2xy}{x^3-x^2y+xy^2-y^3} \right) =$$

2. Vyřešte rovnice:

$$a) (12x+3)^2 + (5x+3)^2 = (13x+4)^2$$

$$b) 2|14-3x| - |4x+5| = x - [6x - 4(x-1)]$$

3. Vyřešte rovnice s parametrem:

$$a) p(x-1) + x(p-1) = p - 2x; \text{ parametr } p \in \mathbf{R}$$

$$b) 3x - z = z^2 - x(p-2); \text{ parametr } z \in \mathbf{R}$$

$$c) x \cdot a^2 = a \cdot (1+3x) - 3; \text{ parametr } a$$

4. Vyřešte rovnice:

$$d) p(x-1) + x(p-1) = p - 2x; \text{ parametr } p \in \mathbf{R}$$

$$e) 3x - z = z^2 - x(p-2); \text{ parametr } z \in \mathbf{R}$$

$$f) 2 - \frac{m^2-4}{x} = m; \text{ parametr } m \in \mathbf{R}$$

5. Načrtněte graf funkce:

a) $y = |x^2 - x| + |x| - 2$

b) $y = 2^{|x+1|} - 4$

c) $y = |\log_2(x + 4)| - 1$

d) $y = -4 + \sin\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{3}\right)$

e) $y = \left| -\frac{1}{2} \cot g(2x) \right|$

f) $y = \left| \cos x - \frac{\pi}{4} \right|$

g) $y = \frac{2x+3}{x-1}$

h) $y = \left| 3 - 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \right|$

6. Určete všechna $m \in \mathbf{R}$, pro něž je

a) exponenciální funkce $y = \left(\frac{m}{m+2}\right)^x$ rostoucí.

b) exponenciální funkce $y = \left(\frac{2m+1}{2m-1}\right)^x$ klesající.

7. Řešte rovnice v \mathbf{R} :

a) $3^x = 3^{x+2}$

b) $3^{2u+1} + 2^{2u+1} - 5 \cdot 6^u = 0$

c) $3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$

d) $\sqrt{3^{t-56}} - 7 \cdot \sqrt{3^{t-60}} = 162$

e) $3^{v-1} + 3^{v-2} + 3^{v-3} = 13$

f) $5^x \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{125}\right)^x$

8. V oboru reálných čísel řešte rovnice:

a) $\log_3(1-2x) = 1$

b) $(\log_3 x)^2 - 3 \cdot \log_3 x - 10 = 0$

c) $\log(3+x) + \log(x-3) = \log(x+1)$

d) $\log \sqrt{x+4} - \log \sqrt{x-4} = \log 12 - \log 4$

e) $\log x^2 + \log x^3 + \log x^4 + \log x^5 = 6$

f) $\frac{3 + \log x}{2 - \log x} = 4$

9. V oboru reálných čísel řešte rovnice:

g) $\log_3(1-2x) = 1$

h) $(\log_3 x)^2 - 3 \cdot \log_3 x - 10 = 0$

i) $\log(3+x) + \log(x-3) = \log(x+1)$

j) $\log \sqrt{x+4} - \log \sqrt{x-4} = \log 12 - \log 4$

k) $\log x^2 + \log x^3 + \log x^4 + \log x^5 = 6$

l) $\frac{3 + \log x}{2 - \log x} = 4$

10. V oboru reálných čísel řešte rovnice:

a) $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

b) $\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right) = 1$

c) $\cotg x + \frac{2}{\tg x} = \sqrt{3}$

d) $16^{\sin x} + 3 \cdot 4^{\sin x} = 0$

e) $\frac{5 \sin^2 x}{\sin 2x} + \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} = 2$

f) $\sin 2x \cdot \cos x + \sin^2 x = 1$

g) $\sin^2 x - 7 \cdot \sin 2x + 8 \cdot \cos^2 x = 0$

i) $\frac{5 + \sin x}{1 - \sin x} = 3$