

# Zadání příkladů k zápočtu z P1AEP

Matematická analýza pro ekonomickou praxi

Jiří Fišer

UČO studenta:

Jméno studenta:

**Příklad 1** Načrtněte graf funkce a určete její vlastnosti (sudost/lichost, monotónnost, omezenost, prostotu)

1.  $f(x) = 2x - 5$ ,

2.  $f(x) = -3x + 2$ ,

PIAEP2026

3.  $f(x) = x^2 - 2x - 8,$

4.  $f(x) = -x^2 + 9.$

PIAEP2026

**Příklad 2** Určete definiční obor funkce.

1.  $f(x) = \frac{3x - 1}{x^2 - 4x + 3}$ ,

2.  $f(x) = \ln(3x - 2)$ ,

3.  $f(x) = \sqrt{\frac{x - 2}{6 - x}}$ .

PIAEP2026

**Příklad 3** Stanovte rovnovážnou cenu  $P_E$  a rovnovážné množství  $Q_E$  na trhu daného statku, je-li funkce poptávky  $P_D(Q) = 20 - Q^2$  a funkce nabídky  $P_S(Q) = 14 + Q$ .

PIAEP2026

**Příklad 4** Jaká situace na trhu v příkladu 3 nastane, bude-li cena za 1 kus výrobku nastavena na 15,50 Kč?

**Příklad 5** Jaká situace na trhu v příkladu 3 nastane, bude-li cena za 1 kus výrobku nastavena na 16,50 Kč?

**Příklad 6** Kino kavárna má v plánu uvést v příští sezóně 15 různých představení. Návštěvníci přitom mají na výběr buď zaplatit 120 Kč/představení nebo si koupit za 500 Kč permanentku. Díky ní pak získají slevu ve výši 25 % z každé pro sebe zakoupené vstupenky. Popište funkce nákladů při pořízení a při nepořízení permanentky a určete, kdy bude výhodnější si permanentku pořídit a kdy ne.

PIAEP2026

**Příklad 7** Vypočítejte limity

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{(x-2)^2},$

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-2},$

3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2+1}{2x^2+5},$

4.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2+1}{2x^3+5},$

5.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2+1}{2x+5}.$

PIAEP2026

**Příklad 8** Určete definiční obor a vypočítejte limity v krajních bodech definičního oboru. Na základě získaných údajů se pokuste načrtnout graf dané funkce.

1.  $f(x) = \frac{3x - 2}{x - 1}$ ,

2.  $f(x) = \frac{x^2 + 4}{3 - x}$ .

PIAEP2026

**Příklad 9** Vypočítejte derivaci funkce.

1.  $f(x) = 2x + 4x^2 + x^3$ .

2.  $f(x) = \cos x + \ln x$ ,

3.  $f(x) = x^3 \cdot \ln x$ ,

4.  $f(x) = e^x \cdot \sin x$ ,

5.  $f(x) = \frac{3x - 1}{x^3 - 1}$ ,

6.  $f(x) = \frac{\cos x}{x^3}$ ,

7.  $f(x) = \ln(3x - 2)$ ,

8.  $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ ,

$$9. f(x) = \frac{\cos x}{3 + \sin x},$$

$$10. f(x) = \sin(4x - 3),$$

$$11. f(x) = \frac{x - 2}{x + 2},$$

$$12. f(x) = \sin(x^2 - 2x) \cdot \ln(5x + 1),$$

$$13. f(x) = \cos(2x^3 - x) \cdot (4x + 3).$$

**Příklad 10** Vypočítejte  $f'$  a  $f''$ .

$$1. f(x) = \ln(2x),$$

$$2. f(x) = \cos x.$$

**Příklad 11** Vypočítejte limity pomocí l'Hospitalova pravidla, je-li to možné a výhodné. Jinak vypočítejte danou limitu jinou metodou.

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$ ,

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$ ,

3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 3}{3x + 2}$ ,

4.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 2}{x - 5}$ ,

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^{20} - x^{15} + 2}{-3x^{19} + x^2}$ .

PIAEP2026

**Příklad 12** Funkce TR popisující celkový příjem má tvar

$$TR(Q) = -2Q^2 + 120Q, \quad Q \geq 0,$$

kde  $Q$  je počet výrobků, a funkce TC popisující celkové náklady má tvar

$$TC(Q) = 4Q, \quad Q \geq 0.$$

Kolik výrobků má výrobce vyrobit, aby maximalizoval svůj zisk?

PIAEP2026

**Příklad 13** Z předchozích pozorování bylo odvozeno, že funkce TU popisující celkový užitek z konzumace čaje u konkrétního člověka lze vyjádřit ve tvaru

$$TU(Q) = -1,5Q^2 + 18Q, \quad Q \geq 0,$$

kde  $Q$  je množství vypitých šálků. Vypočítejte funkci mezního užitku.

Dále zjistěte, kdy tento člověk maximalizuje svůj užitek při pití čaje.

PIAEP2026

**Příklad 14** Funkce TC popisující celkové náklady má tvar

$$TC(Q) = 2Q^2 + 10Q + 50, \quad Q \geq 0,$$

kde  $Q$  je počet vyrobených kusů. Kolik výrobků se má vyrobit, aby byly průměrné náklady minimální?

PIAEP2026

**Příklad 15** Vyšetřete průběh funkce

1.  $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 9}$ ,

PIAEP2026

2.  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4}$ ,

PIAEP2026

3.  $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ .

PIAEP2026

**Příklad 16** Vypočítejte neurčité integrály

1.  $\int (4 - x^2 + x^4 + \sin x) dx,$

2.  $\int \frac{4x^3 - 2}{x^4 - 2x + 5} dx,$

3.  $\int \sin(3x - 2) dx,$

4.  $\int \frac{1}{4x - 3} dx,$

PIAEP2026

5.  $\int x \cdot \cos x \, dx,$

6.  $\int x^2 \cdot \ln x \, dx,$

7.  $\int \ln(2x) \, dx,$

8.  $\int 3x^2 \cdot \sin(x^3) \, dx,$

PIAEP2026

9.  $\int x^2(x^3 - 4) dx,$

10.  $\int (\cos x)^3 \cdot \sin x dx,$

11.  $\int (3x - 1)^4 dx.$

PIAEP2026

**Příklad 17** Vypočítejte určité integrály

1.  $\int_1^2 x^3 dx,$

2.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx,$

3.  $\int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx,$

4.  $\int_0^1 x \cdot (1 + x^2)^3 dx.$

PIAEP2026

**Příklad 18** Načrtněte a vypočítejte obsah obrazce

1. omezeného osou  $x$  zdola, křivkou  $y = 3x$  shora a podmínkami  $1 \leq x \leq 2$ ,

2. omezeného osou  $x$  zdola, křivkou  $y = \sin x$  shora a podmínkami  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ,

3. omezeného křivkami  $y = x^2$  a  $y = 2x$ .

PIAEP2026

**Příklad 19** Vypočítejte Giniho koeficient, je-li skutečná Lorenzova křivka popsána funkcí

$$LK_s(x) = 0,6x^3 + 0,4x.$$

**Příklad 20** Funkce poptávky má tvar  $P_D(Q) = 36 - Q^2$  a funkce nabídky tvar  $P_S(Q) = 2Q + 12$ . Obě jsou vyjádřeny v Kč. Načrtněte grafy obou funkcí a určete rovnovážné množství a rovnovážnou cenu. Dále určete přebytek spotřebitele a přebytek výrobce.

**Příklad 21** Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

1.  $f(x, y) = y^2 - x^2$ ,

2.  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4x$ .

PIAEP2026

**Příklad 22** Uvažujme firmu, která vyrábí 2 druhy výrobků A a B. Určete maximální zisk této firmy, jestliže jsou celkové náklady na výrobu těchto výrobků popsány funkcí dvou proměnných

$$TC(x, y) = x \cdot y,$$

kde  $x$  počet výrobků A a  $y$  je počet výrobků B. Poptávková funkce po výrobku A je  $p_1(x) = 18 - x$  a poptávková funkce po výrobku B má tvar  $p_2(y) = 24 - y$ .

PIAEP2026