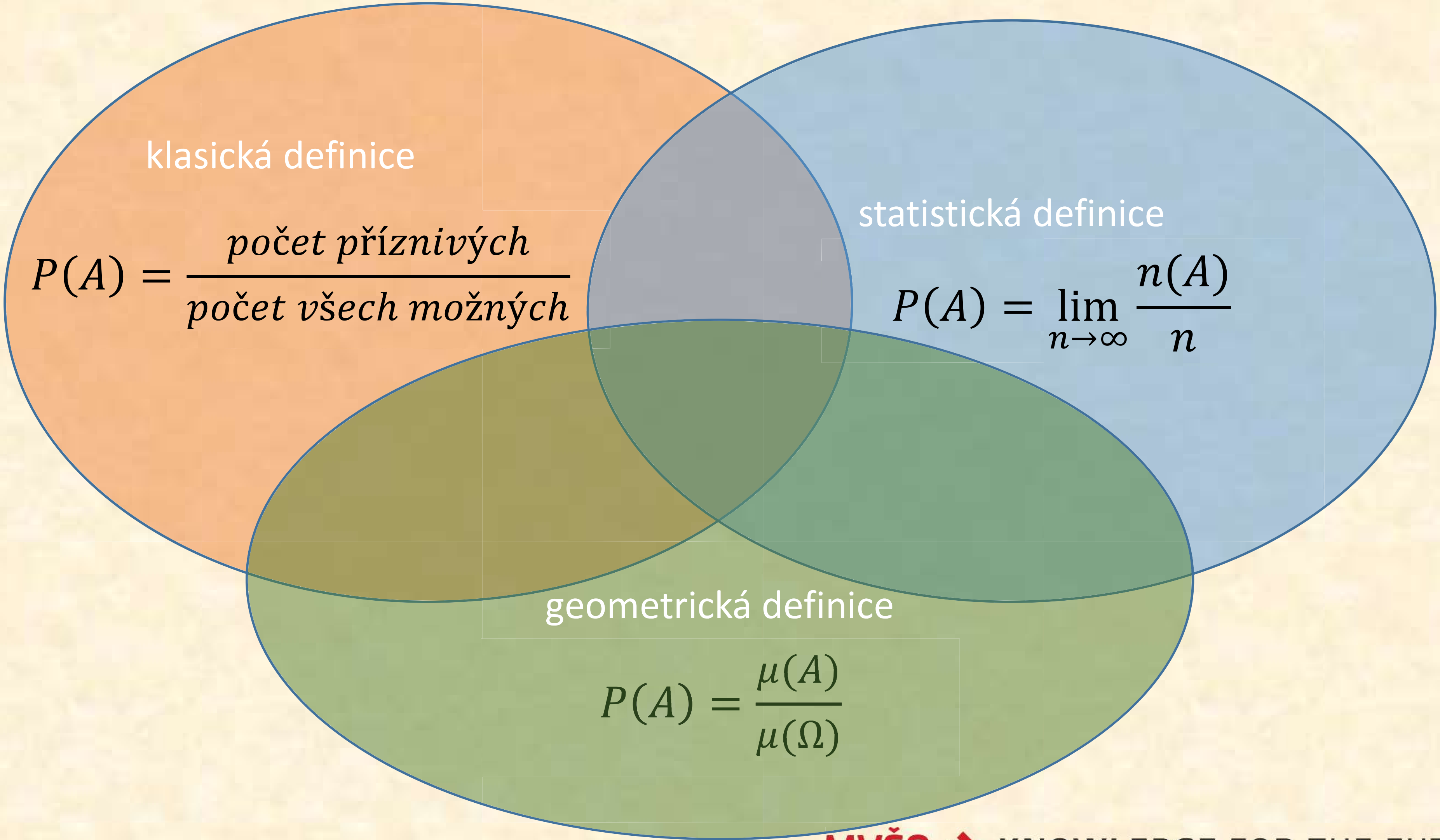
Pravděpodobnost

3 definice jeden význam

Pravděpodobnost

3 definice jeden význam



Pravděpodobnost

3 definice jeden význam

klasická definice

statistická definice

geometrická definice

Pravděpodobnost
3 definice jeden význam

Axiomy pravděpodobnosti (Andrej Nikolajevič Kolmogorov , 1933)
Definuje pojem pravděpodobnosti a její vlastnosti, neudává však žádný návod k jejímu stanovení.

Pravděpodobnost
3 definice jeden význam

Axiomy pravděpodobnosti (Andrej Nikolajevič Kolmogorov , 1933)
Definuje pojem pravděpodobnosti a její vlastnosti, neudává však žádný návod k jejímu stanovení.

1. Pravděpodobnost každého jevu A je reálné číslo **mezi 0 a 1** (včetně).

Pravděpodobnost
3 definice jeden význam

Axiomy pravděpodobnosti (Andrej Nikolajevič Kolmogorov , 1933)
Definuje pojem pravděpodobnosti a její vlastnosti, neudává však žádný návod k jejímu stanovení.

1. Pravděpodobnost každého jevu A je reálné číslo **mezi 0 a 1** (včetně).
2. Pravděpodobnost jevu **jistého** je rovna **1**.

Pravděpodobnost
3 definice jeden význam

Axiomy pravděpodobnosti (Andrej Nikolajevič Kolmogorov , 1933)
Definuje pojem pravděpodobnosti a její vlastnosti, neudává však žádný návod k jejímu stanovení.

1. Pravděpodobnost každého jevu A je reálné číslo **mezi 0 a 1** (včetně).
2. Pravděpodobnost jevu **jistého** je rovna **1**.
3. Pravděpodobnost, že nastane některý z navzájem se vylučujících jevů, je rovna **součtu** jejich **pravděpodobností**.

Pravděpodobnost
3 definice jeden význam

Axiomy pravděpodobnosti (Andrej Nikolajevič Kolmogorov , 1933)
Definuje pojem pravděpodobnosti a její vlastnosti, neudává však žádný návod k jejímu stanovení.

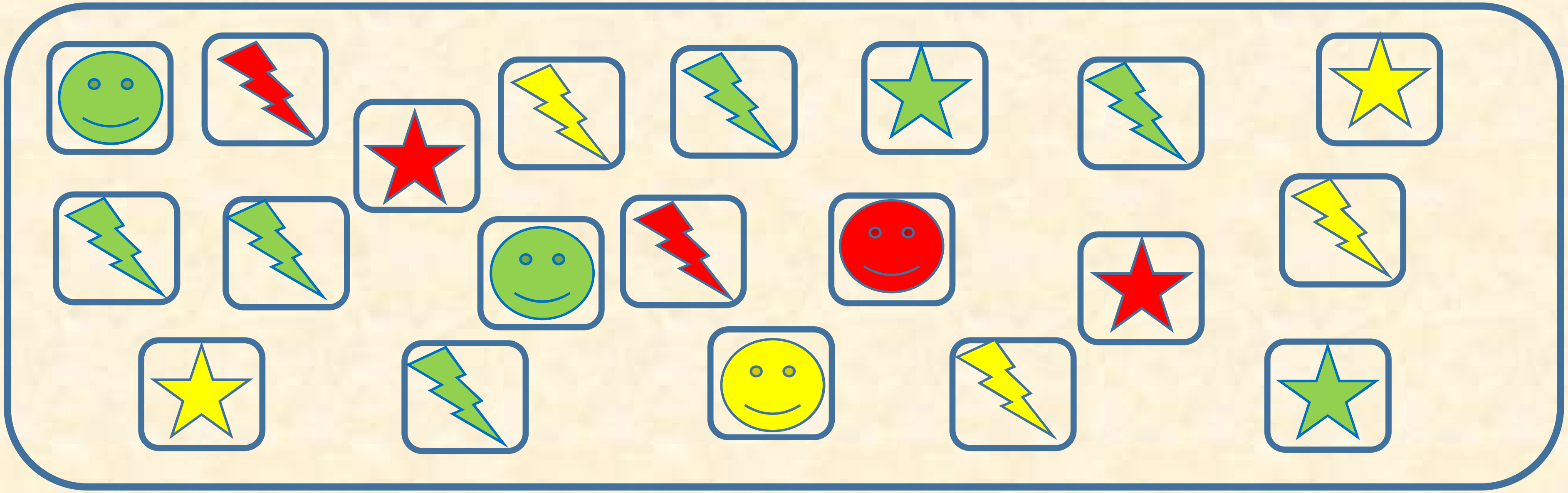
1. Pravděpodobnost každého jevu A je reálné číslo **mezi 0 a 1** (včetně).
2. Pravděpodobnost jevu **jistého** je rovna **1**.
3. Pravděpodobnost, že nastane některý z navzájem se vylučujících jevů, je rovna **součtu** jejich **pravděpodobností**.

NEBO

Pravděpodobnost

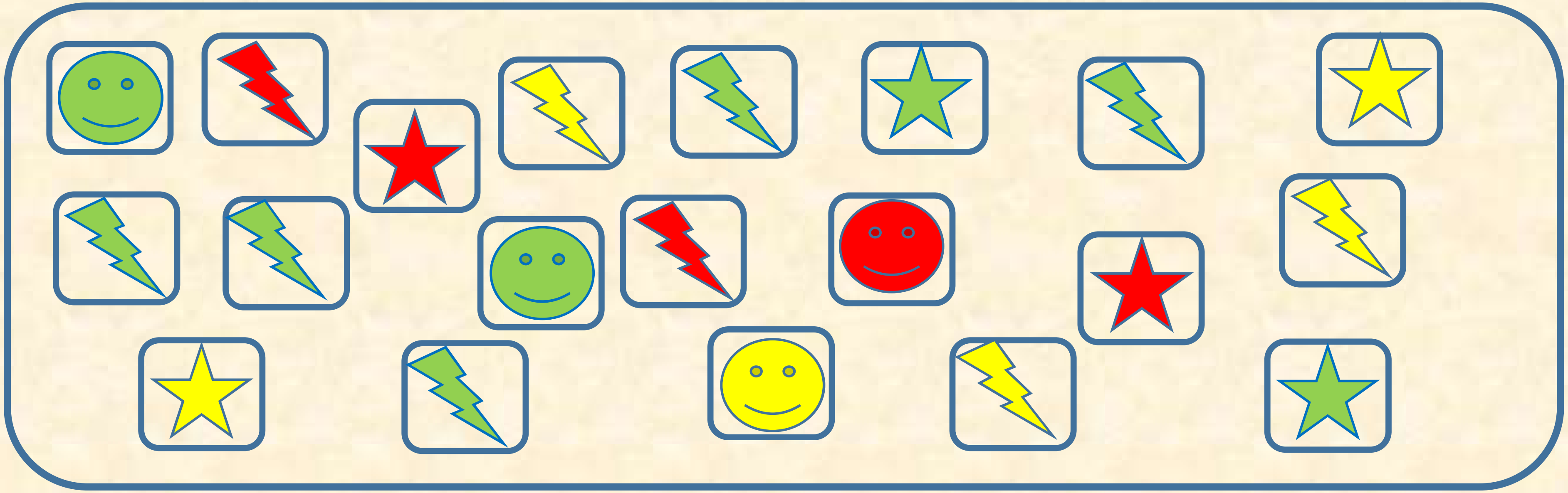
vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



Pravděpodobnost
vysvětlení dalších pojmů

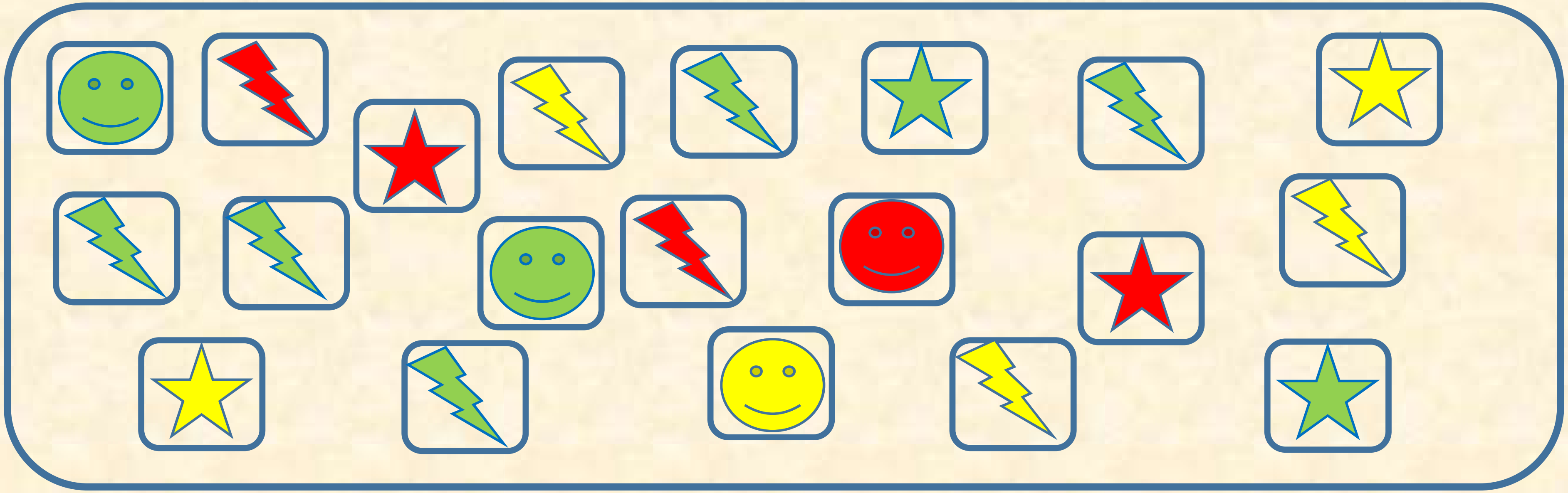
V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



jev A .... vybraný objekt je smajlík

Pravděpodobnost
vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.

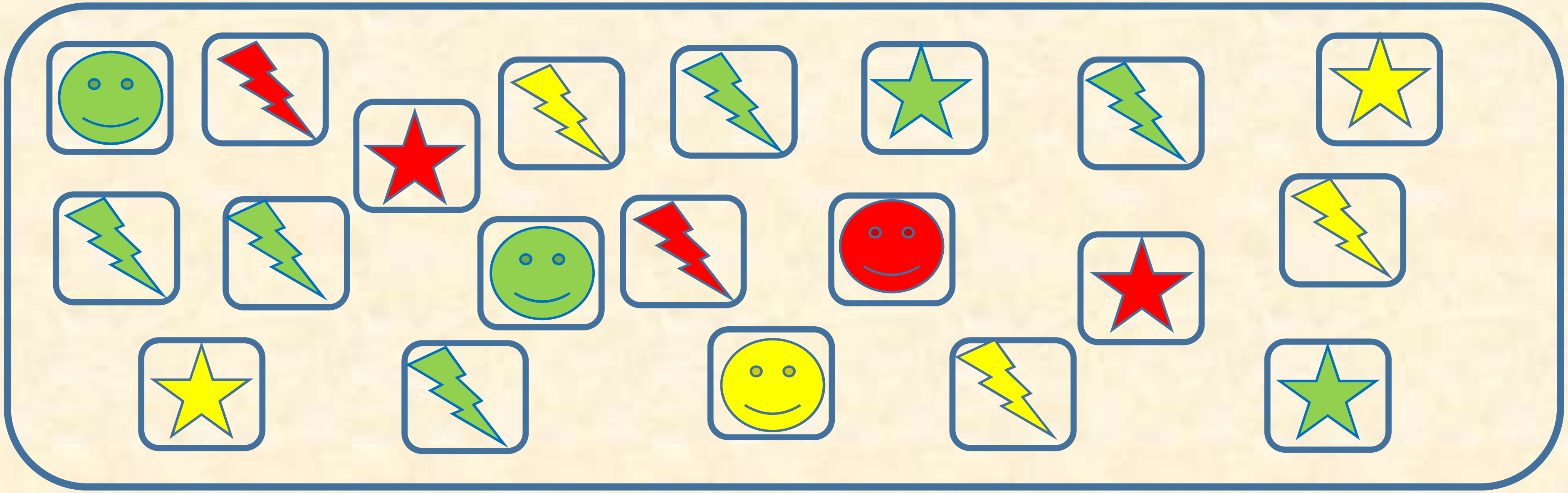


jev A .... vybraný objekt je smajlík

jev opačný A' .... vybraný objekt není smajlík

Pravděpodobnost
vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



jev A .... vybraný objekt je smajlík $P(A)=\dfrac{4}{20}=0{,}2=20\%$

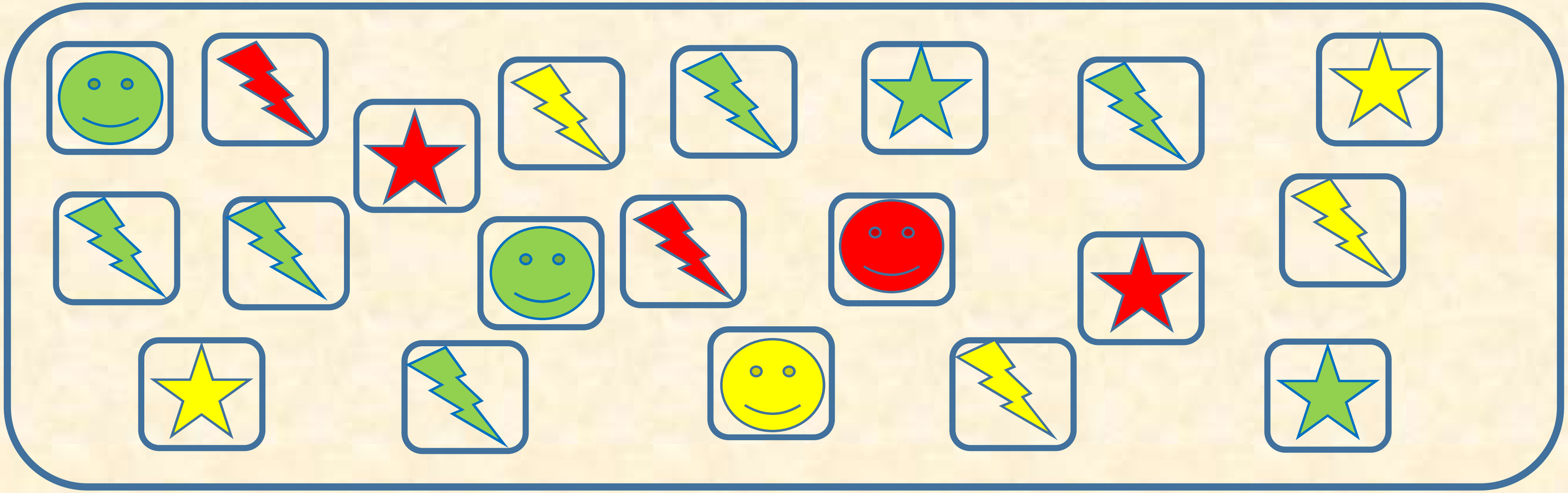
jev opačný A' .... vybraný objekt není smajlík

$$P(A')=\frac{20-4}{20}=1-P(A)=1-0{,}2=0{,}8=80\%$$

Pravděpodobnost

vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



jev A .... vybraný objekt je smajlík $P(A) = \frac{4}{20} = 0{,}2 = 20\%$

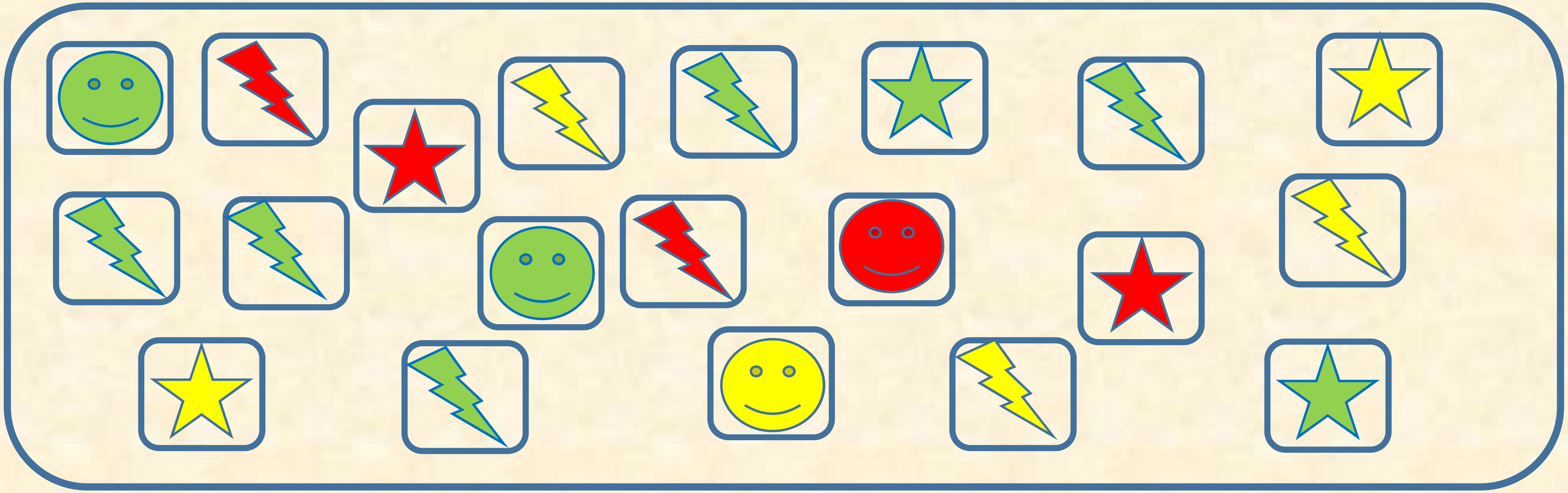
jev opačný A' .... vybraný objekt není smajlík

$$\boldsymbol{P(A')} = \frac{20-4}{20} = \boldsymbol{1 - P(A)} = 1 - 0{,}2 = 0{,}8 = 80\%$$

Pravděpodobnost

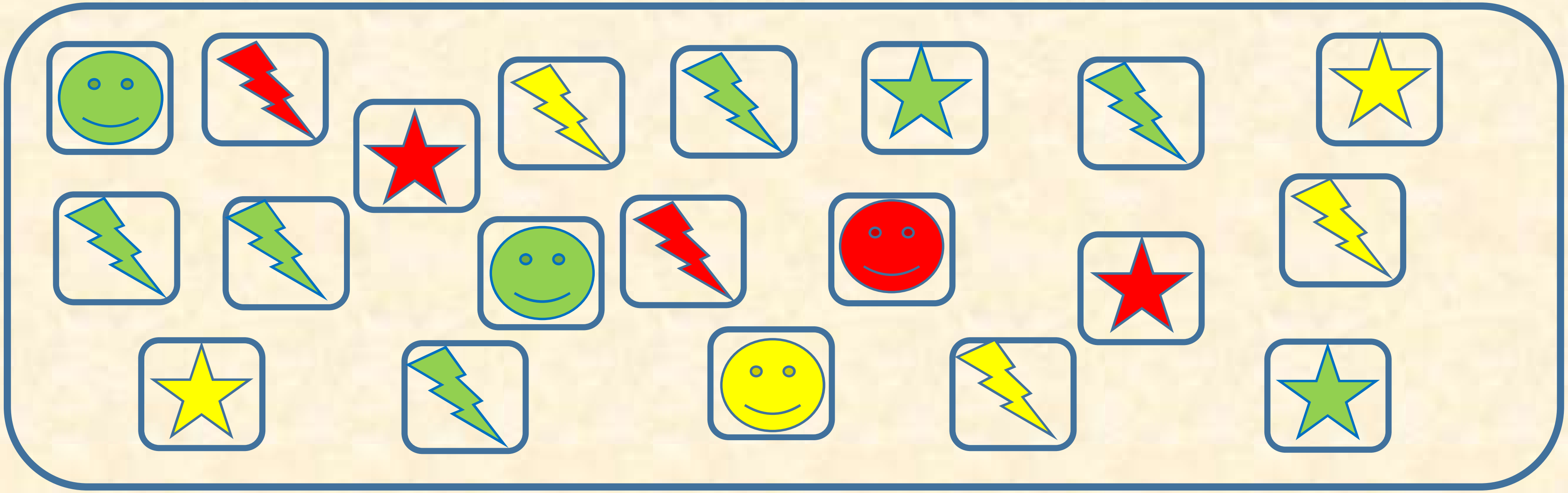
vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



Pravděpodobnost
vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.

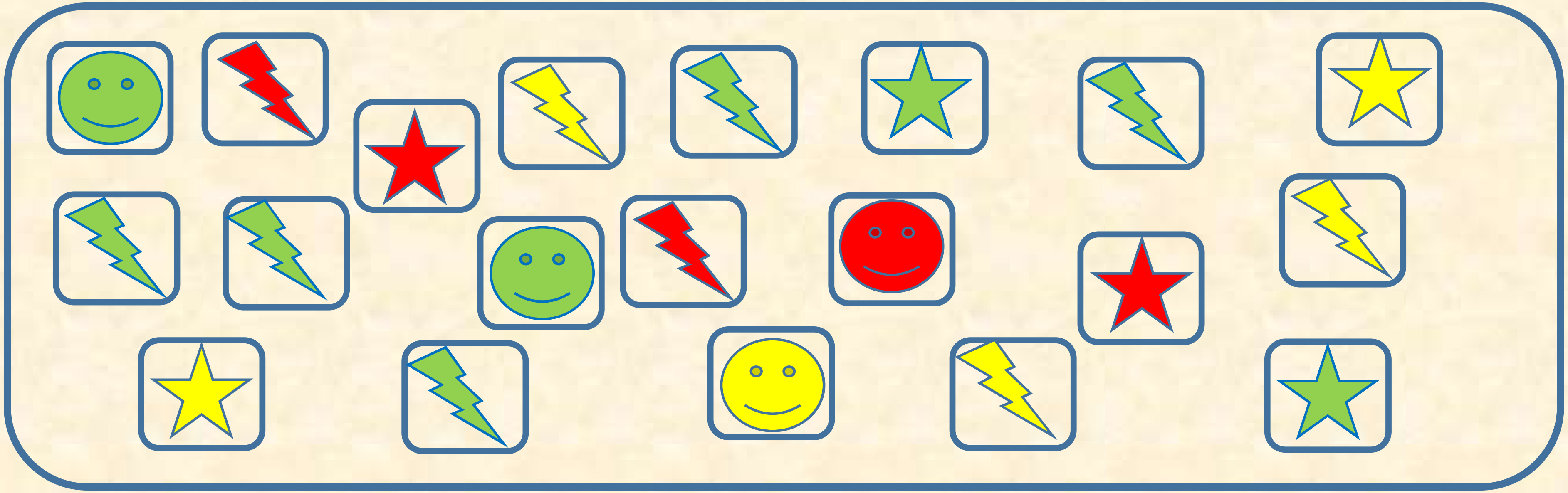


jev **Č** ... náhodně vybraný útvar je **červený**
jev ★.. náhodně vybraný útvar je **hvězda**

Pravděpodobnost

vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



jev **Č** ... náhodně vybraný útvar je **červený**
jev ★.. náhodně vybraný útvar je **hvězda**

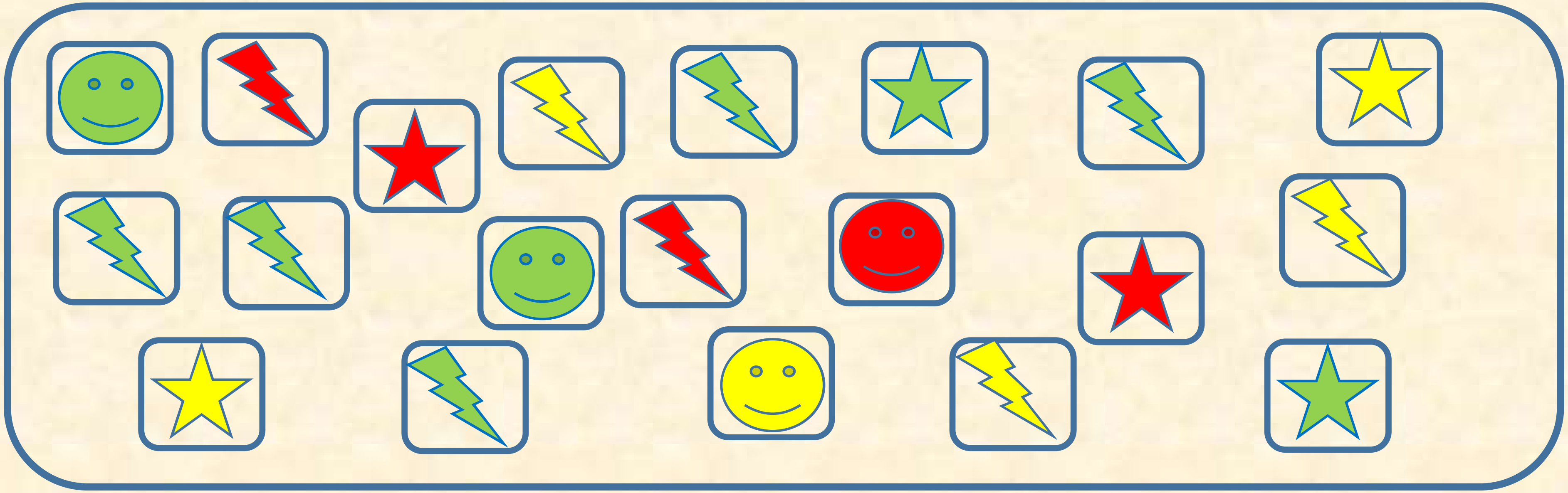
$P(Č) = \frac{5}{20} = 0,25 = 25\%$

$P(Č \cap ★) = \frac{2}{20} = 0,1 = 10\%$

Pravděpodobnost

vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



jev **Č** ... náhodně vybraný útvar je **červený**

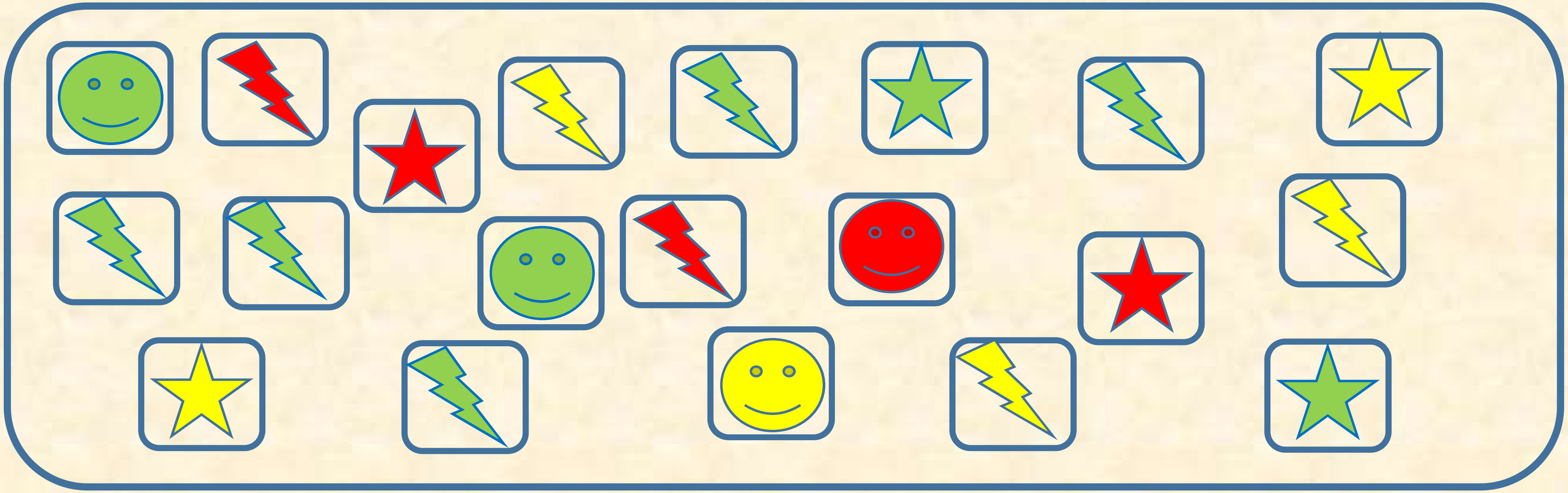
jev ★.. náhodně vybraný útvar je **hvězda**

$P(Č) = \frac{5}{20} = 0{,}25 = 25\%$

$P(Č \cap \star) = \frac{2}{20} = 0{,}1 = 10\%$

Pravděpodobnost
vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



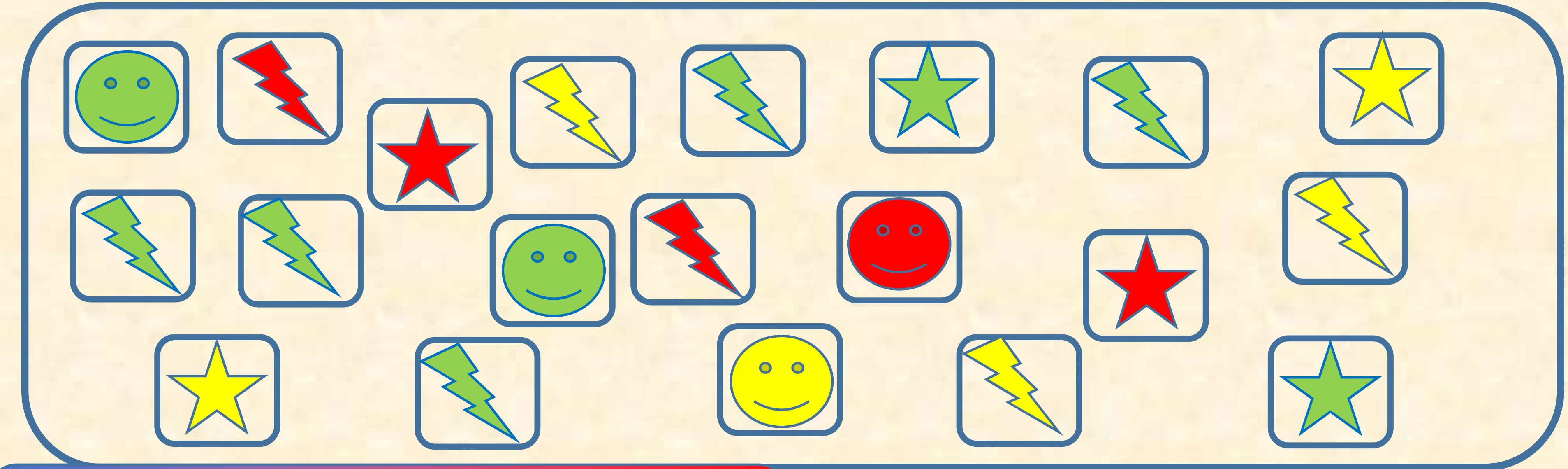
jev **Č** ... náhodně vybraný útvar je **červený**
jev ★.. náhodně vybraný útvar je **hvězda**

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Pravděpodobnost
vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



čti: „pravděpodobnost jevu A za podmínky, že nastal jev B“

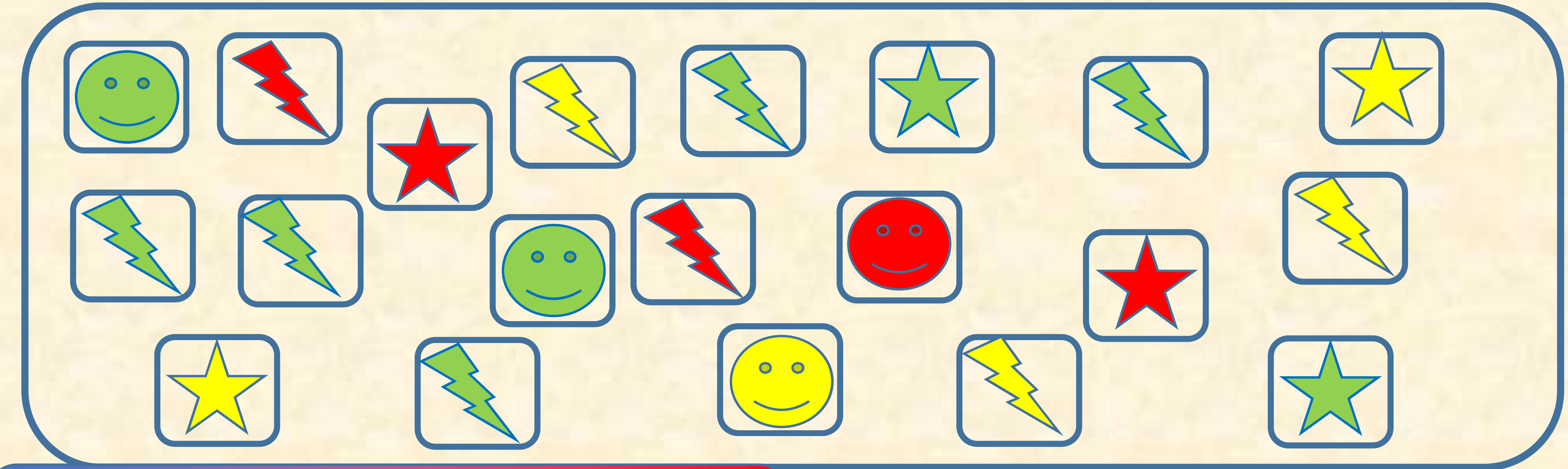
Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Pravděpodobnost

vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



čti: „pravděpodobnost jevu A za podmínky, že nastal jev B“

$P(\text{Č}) = \frac{5}{20} = 0{,}25 = 25\%$

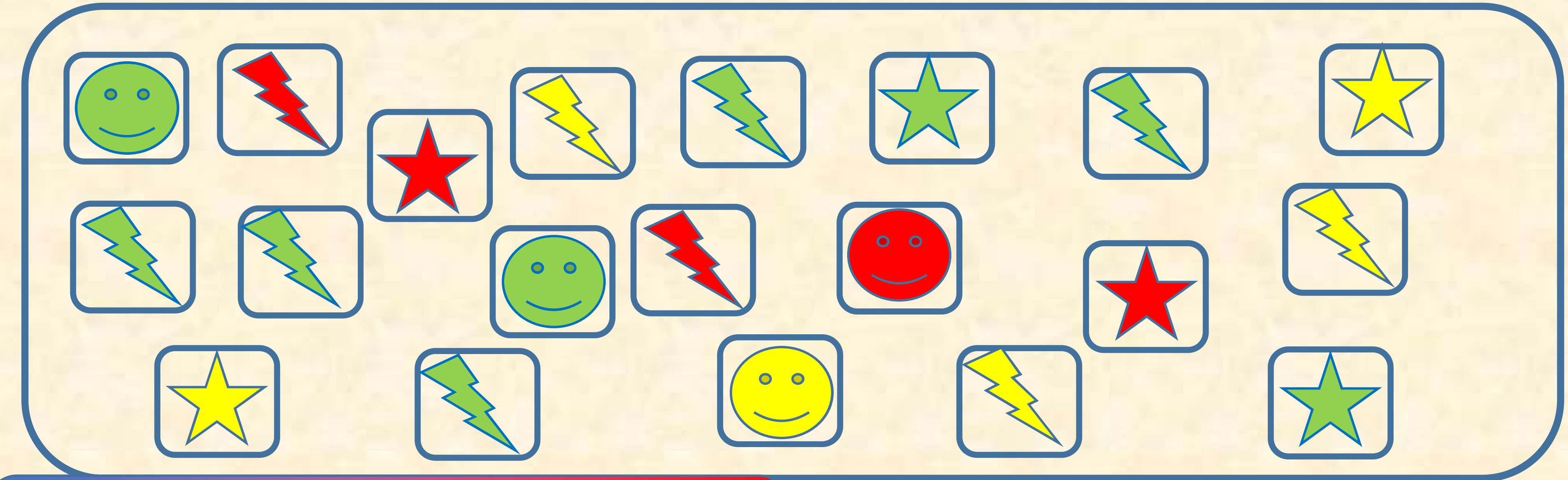
$P(\bigstar \cap \text{Č}) = \frac{2}{20} = 0{,}1 = 10\%$

Podmíněná pravděpodobnost

$$\boldsymbol{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$

Pravděpodobnost
vysvětlení dalších pojmů

V urně je 20 různých útvarů (viz obrázek). Náhodně bude vybrán jeden z nich.



čti: „pravděpodobnost jevu A za podmínky, že nastal jev B“

$$P(\text{Č}) = \frac{5}{20} = 0{,}25 = 25\%$$

$$P(\bigstar \cap \text{Č}) = \frac{2}{20} = 0{,}1 = 10\%$$

$$P(\bigstar | \text{Č}) = \frac{P(\bigstar \cap \text{Č})}{P(\text{Č})} = \frac{0{,}1}{0{,}25} = 0{,}4 = 40\%$$

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Pravděpodobnost
další vlastnosti

1. $P(A') = 1 - P(A)$

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
   - pokud jsou A, B **disjunktní** jevy, potom je vzorec jednodušší
   $$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

3. $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$
   - pokud jsou A, B **nezávislé** jevy, potom je vzorec jednodušší
   $$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Pravděpodobnost
další vlastnosti

Pravděpodobnost jevu opačného k jevu A

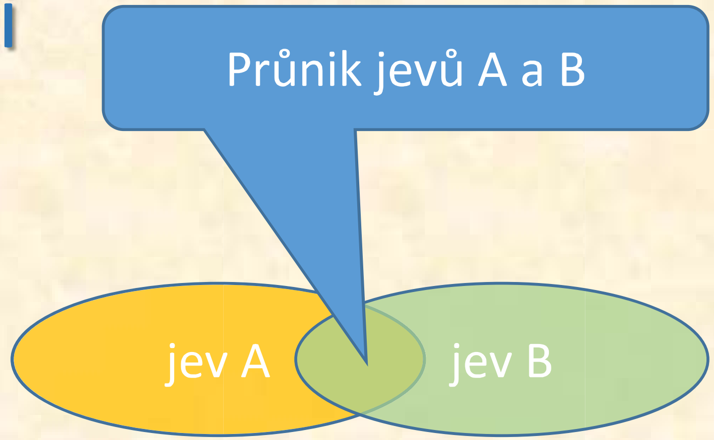
1. $P(A') = 1 - P(A)$

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
   - pokud jsou A, B **disjunktní** jevy, potom je vzorec jednodušší
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

3. $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$
   - pokud jsou A, B **nezávislé** jevy, potom je vzorec jednodušší
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Pravděpodobnost

vlastnosti



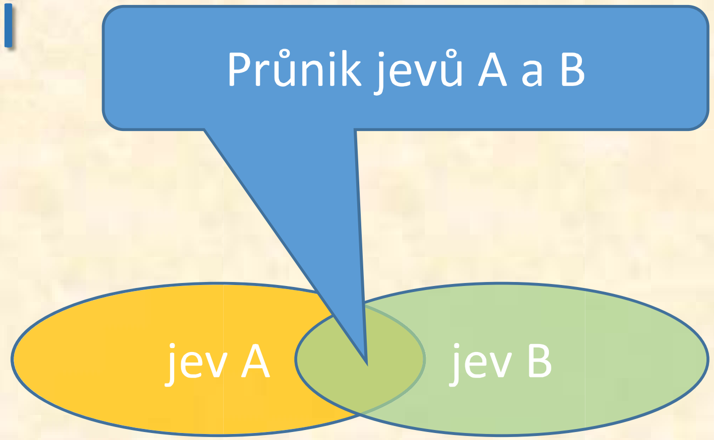
1. $P(A') = 1 - P(A)$

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
   - pokud jsou A, B **disjunktní** jevy, potom je vzorec jednodušší
     $$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

3. $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$
   - pokud jsou A, B **nezávislé** jevy, potom je vzorec jednodušší
     $$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Pravděpodobnost

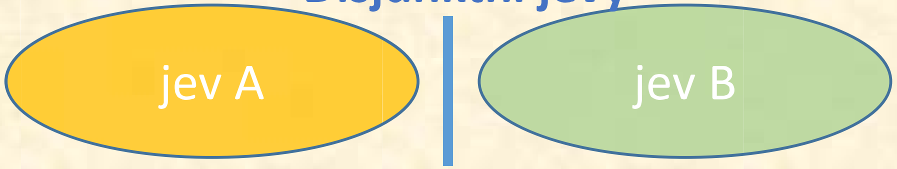
vlastnosti



1. $P(A') = 1 - P(A)$

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
   - pokud jsou A, B **disjunktní** jevy, potom je vzorec jednodušší
     $$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

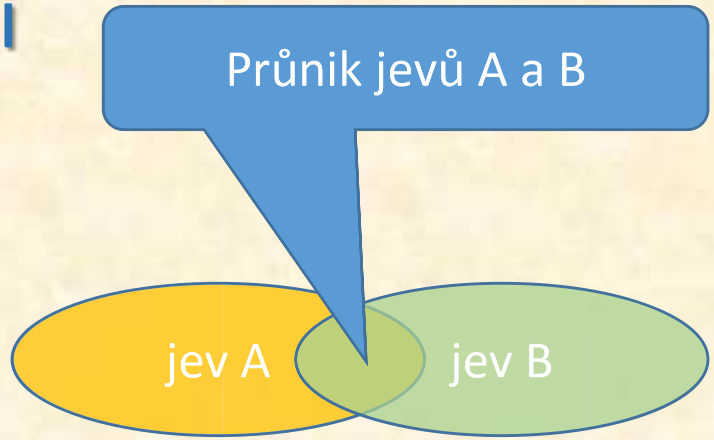
Disjunktní jevy



3. $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$
   - pokud jsou A, B **nezávislé** jevy, potom je vzorec jednodušší
     $$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Pravděpodobnost

vlastnosti



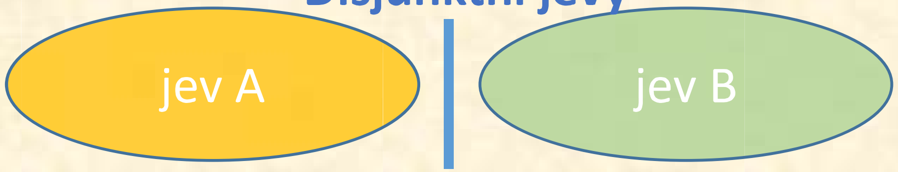
1. $P(A') = 1 - P(A)$

NEBO

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
   - pokud jsou A, B **disjunktní** jevy, potom je vzorec jednodušší

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Disjunktní jevy

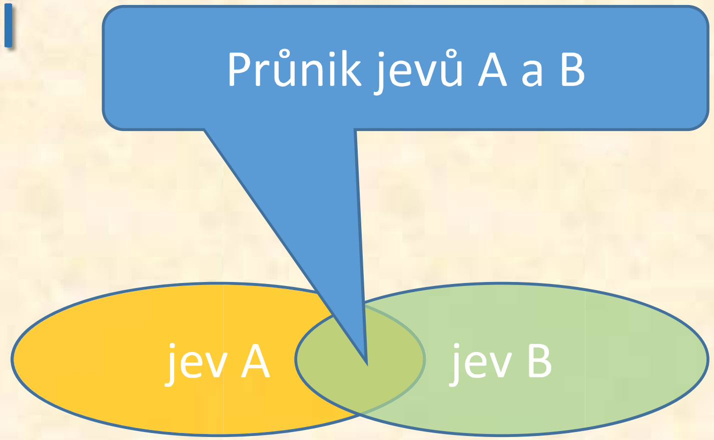


3. $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$
   - pokud jsou A, B **nezávislé** jevy, potom je vzorec jednodušší

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Pravděpodobnost

vlastnosti

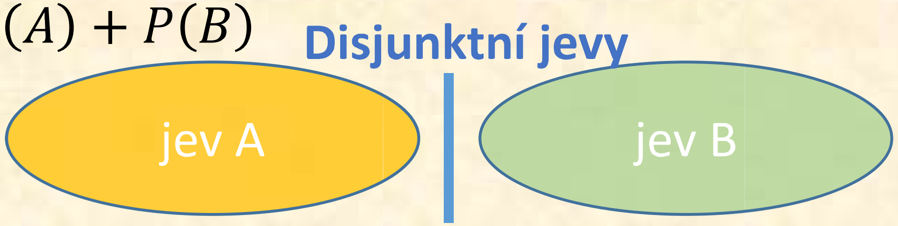


1. $P(A') = 1 - P(A)$

NEBO

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
   - pokud jsou A, B **disjunktní** jevy, potom je vzorec jednodušší

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



a zároveň

3. $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$
   - pokud jsou A, B **nezávislé** jevy, potom je vzorec jednodušší

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Pravděpodobnost

Příklad 1: Házíme dvěma kostkami. Vypočtěte, jaká je pravděpodobnost toho, že

a) padne-li na 1.kostce dvojka, padne součet větší než 6.

b) padne-li na 1. kostce sudé číslo, padne součet větší než 8.

Příklad 2: Kruhový terč má 3 pásma. Pravděpodobnost zásahu

- prvního pásma je 0,2
- druhého pásma 0,23
- třetího pásma 0,15.

Jaká je pravděpodobnost minutí cíle?

Pravděpodobnost

Příklad 1: Házíme dvěma kostkami. Vypočtěte, jaká je pravděpodobnost toho, že

a) padne-li na 1.kostce dvojka, padne součet větší než 6.

jev A .... součet je víc jak 6
jev B .... na 1. kostce padne 2

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6 \cdot 6}}{\frac{1 \cdot 6}{6 \cdot 6}} = \frac{2}{6} = 0,\overline{33} \doteq 33\%$$

b) padne-li na 1. kostce sudé číslo, padne součet větší než 8.

jev A .... součet je víc jak 8
jev B .... na 1. kostce padne sudé

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 6}}{\frac{3 \cdot 6}{6 \cdot 6}} = \frac{1}{3} = 0,\overline{33} \doteq 33\%$$

Příklad 2: Kruhový terč má 3 pásma. Pravděpodobnost zásahu

- prvního pásma je 0,2
- druhého pásma 0,23
- třetího pásma 0,15.

Z1 ...... zasáhne 1. pásmo, P(Z1)=0,2
Z2 ...... zasáhne 2. pásmo, P(Z2)=0,23
Z3 ...... zasáhne 3. pásmo, P(Z3)=0,15

Jaká je pravděpodobnost minutí cíle?

$$P(minutí) = 1 - P(jakýkoli\ zásah)$$
$$= 1 - (0{,}2 + 0{,}23 + 0{,}15) = 0{,}42 = 42\%$$

Pravděpodobnost

Příklad 3: Výrobek prochází v průběhu zpracování postupně čtyřmi úrovněmi zpracování. Pravděpodobnost vyrobení zmetku u jednotlivých úrovní je postupně rovna 0,02; 0,03; 0,005; 0,015. Určete pravděpodobnost toho, že výsledkem výrobního procesu v daném případě bude zmetek.

jev Zm .... výrobek je zmetek

jev U1 .... výrobek prošel 1. úrovní zpracování, $P(U1 \cap Zm) = 0{,}02$

jev U2 .... výrobek prošel 2. úrovní zpracování , $P(U2 \cap Zm) = 0{,}03$

jev U3 .... výrobek prošel 3. úrovní zpracování , $P(U3 \cap Zm) = 0{,}005$

jev U4 .... výrobek prošel 4. úrovní zpracování , $P(U4 \cap Zm) = 0{,}015$

$$P(Zm) = \boxed{1 - P(\textit{není } Zm)} = 1 - P(U1 \cap \textit{není } Zm) \cdot P(U2 \cap \textit{není } Zm) \cdot P(U3 \cap \textit{není } Zm) \cdot P(U4 \cap \textit{není } Zm) =$$
$$= 1 - \big(1 - P(U1 \cap \textit{není } Zm)\big) \cdot \big(1 - P(U2 \cap \textit{není } Zm)\big) \cdot \big(1 - P(U3 \cap \textit{není } Zm)\big) \cdot \big(1 - P(U4 \cap \textit{není } Zm)\big) =$$
$$= \boxed{1 - 0{,}98 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}995 \cdot 0{,}985} = 0{,}06834 \doteq 7\%$$

Příklad 4: Z celkové produkce závodu jsou 4% zmetků. Z vyhovujících výrobků je 75% standardních. Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraný výrobek je standardní.

Zm ...... výrobek je zmetek, $P(Zm) = 0{,}04$

Vyh ...... výrobek je vyhovující, $P(Vyh) = 1 - P(Zm) = 1 - 0{,}4 = 0{,}96$

St ...... výrobek je standardní, $P(Vyh\,|St) = 0{,}75$

$$P(St \textit{ a zároveň } Vyh) = P(St \cap Vyh) = P(St \mid Vyh) \cdot P(Vyh) = 0{,}75 \cdot 0{,}96 = 0{,}72 = 72\%$$