

Pravidlo součinu

.

a zároveň

# Kombinatorika

## Celkové shrnutí

Pravidlo součtu

+

NEBO

**Permutace!** záleží na pořadí, vybíráme  $n$  prvků z  $n$  prvků

bez opakování  $P(n) = n!$

včetně opakování  $P_{n_1 n_2 \dots}^*(n) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \dots}$

**Variace** záleží na pořadí, vybíráme  $k$  prvků z  $n$  prvků,  $k \leq n$

bez opakování  $V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!}$

včetně opakování  $V_k^*(n) = n^k$

**Kombinace** nezáleží na pořadí, vybíráme  $k$  prvků z  $n$  prvků,

bez opakování  $C_k(n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

včetně opakování  $C_k^*(n) = \binom{n+k-1}{k}$

# I.B. Pravděpodobnost

Popis zákonitostí týkajících se náhodných jevů resp. pokusů.

Pravděpodobnost se používá při **modelování náhodnosti a neurčitosti**.  
(Náhodnost je spojena s nedostatečnou znalostí počátečních podmínek.)

# I.B. Pravděpodobnost

Popis zákonitostí týkajících se náhodných jevů resp. pokusů.

## **Pokus**

děj, který probíhá, resp. nastává opakovaně za určitých, stejně nastavených, počátečních podmínek.

Pravděpodobnost se používá při **modelování náhodnosti a neurčitosti**.  
(Náhodnost je spojena s nedostatečnou znalostí počátečních podmínek.)

# I.B. Pravděpodobnost

Popis zákonitostí týkajících se náhodných jevů resp. pokusů.

## **Pokus**

děj, který probíhá, resp. nastává opakovaně za určitých, stejně nastavených, počátečních podmínek.

### **Deterministický pokus**

za určitých počátečních podmínek se dostaví vždy stejný výsledek.

### **Náhodný pokus**

za stejných výchozích podmínek má různé výsledky,  
**např.** vrh kostkou,  
počet pozorovaných  
dopravních nehod,  
zmetkovitost výrobků,  
atp.

Pravděpodobnost se používá při **modelování náhodnosti a neurčitosti**.  
(Náhodnost je spojena s nedostatečnou znalostí počátečních podmínek.)

# I.B. Pravděpodobnost

Popis zákonitostí týkajících se náhodných jevů resp. pokusů.

## **Pokus**

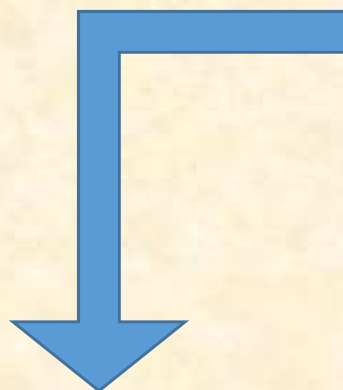
děj, který probíhá, resp. nastává opakovaně za určitých, stejně nastavených, počátečních podmínek.

### **Deterministický pokus**

za určitých počátečních podmínek se dostaví vždy stejný výsledek.

### **Náhodný pokus**

za stejných výchozích podmínek má různé výsledky,  
**např.** vrh kostkou,  
počet pozorovaných dopravních nehod,  
zmetkovitost výrobků,  
atp.



Pravděpodobnost se používá při **modelování náhodnosti a neurčitosti**.  
(Náhodnost je spojena s nedostatečnou znalostí počátečních podmínek.)

# Pravděpodobnost

## Základní pojmy

**Náhodný pokus** = děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá.

**Náhodný jev** = tvrzení o výsledku náhodného pokusu .  
Značíme velkými písmeny např. A, B, X, Y ...

# Pravděpodobnost

## Základní pojmy

**Náhodný pokus** = děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá.



např.  
Hod kostkou

**Náhodný jev** = tvrzení o výsledku náhodného pokusu .

Značíme velkými písmeny např. A, B, X, Y ...

# Pravděpodobnost

## Základní pojmy

**Náhodný pokus** = děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá.



např.  
Hod kostkou

**Náhodný jev** = tvrzení o výsledku náhodného pokusu .

Značíme velkými písmeny např. A, B, X, Y ...

jev A... padne 6 ok

jev S ... padne sudý počet ok

jev B... padnou 3 oka

jev T ... padne počet ok  $\leq 5$



# Pravděpodobnost

## Základní pojmy

**Náhodný pokus** = děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá.



např.  
Hod kostkou

**Náhodný jev** = tvrzení o výsledku

jev A... padne 6 ok

jev B... padnou 3 oka

U jednotlivých náhodných jevů určíme **pravděpodobnost** jejich **nastoupení**

Používá se označení

$P(A)$ .... čti pravděpodobnost jevu A, tj.

pravděpodobnost, že padne 6 ok

$P(B)$ .... čti pravděpodobnost jevu B, tj.

pravděpodobnost, že padnou 3 oka

.... atp.

# Pravděpodobnost

## Základní pojmy

**Náhodný pokus** = děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá.



např.

Měření krevního tlaku  
systolický/diastolický

**Náhodný jev** = tvrzení o výsledku náhodného pokusu .

Značíme velkými písmeny např. A, B, X, Y ...

# Pravděpodobnost

## Základní pojmy

**Náhodný pokus** = děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá.



např.

Měření krevního tlaku  
systolický/diastolický

**Náhodný jev** = tvrzení o výsledku náhodného pokusu .

Značíme velkými písmeny např. A, B, X, Y ...

jev A... systolický tlak je  $> 120$  mmHg      jev S ... systolický tlak je v normě

jev B... diastolický tlak je  $\leq 100$  mmHg

# Pravděpodobnost

## Základní pojmy

**Náhodný pokus** = děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá.



např.

Měření krevního tlaku  
systolický/diastolický

**Náhodný jev** = tvrzení o výsledku náhodného pokusu .

Značíme velkými písmeny např. A, B, X, Y ...

jev A... systolický tlak je  $> 120$  mmHg

jev S ... systolický tlak je v normě

jev B... diastolický tlak je  $\leq 100$  mmHg

je zapotřebí vědět, co je to „být v normě“

# Pravděpodobnost

## Základní pojmy

**Náhodný pokus** = děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá.



např.

Měření krevního tlaku  
systolický/diastolický

**Náhodný jev** = tvrzení o výsledku náhodného pokusu

jev A... systolický tlak je  $> 120$  mmHg

jev B... diastolický tlak je  $\leq 100$  mmHg

**pravděpodobnost** jeho **nastoupení**

Používá se označení

$P(A)$ .... čí pravděpodobnost jevu A, tj.

$p_{st}$ , že systol. tlak je  $> 120$  mmHg

$P(B)$ .... čí pravděpodobnost jevu B, tj.

$p_{st}$ , že diastol. tlak je  $\leq 100$  mmHg

.... atp.

# Pravděpodobnost označení jevů

např. u pokusu



hod kostkou

# Pravděpodobnost označení jevů

např. u pokusu



hod kostkou

## Jev nemožný

A .... padne číslo 7

$$P(A) = 0$$

tj. 0%

## Jev náhodný

B ... padne sudé číslo

$$0 < P(A) < 1$$

tj. mezi 0% a 100%

## Jev jistý

C ... číslo menší než 8

$$P(A) = 1$$

tj. 100%

# Pravděpodobnost označení jevů

např. u pokusu



hod kostkou

## Jev nemožný

A ... padne číslo 7

$$P(A) = 0$$

tj. 0%

## Jev náhodný

B ... padne sudé číslo

$$0 < P(A) < 1$$

tj. mezi 0% a 100%

## Jev jistý

C ... číslo menší než 8

$$P(A) = 1$$

tj. 100%

## E ...jev prakticky nemožný

$$P(E) < 0.05$$

tj. méně než 5%

## F ...jev prakticky jistý

$$P(F) > 0.95$$

tj. více než 95%



# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Mají-li všechny výsledky stejnou šanci, že nastanou, pak

$$P(A) = \frac{\text{počet všech výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

(Pierre Simon de Laplace, 1812) pokus

Necht

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Mají-li všechny výsledky stejnou šanci, že nastanou, pak

$$P(A) = \frac{\text{počet všech výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Mají-li všechny výsledky stejnou šanci, že nastanou, pak

$$P(A) = \frac{\text{počet všech výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

hod kostkou

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

hod kostkou

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

padne 1, 2, 3, 4,  
5, 6 ok

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

hod kostkou

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

padne 1, 2, 3, 4,  
5, 6 ok

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

padnou více jak 4 oka

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$



# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

hod kostkou, která  
je vyvážená

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

padne 1, 2, 3, 4,  
5, 6 ok

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

padnou více jak 4 oka

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

hod kostkou, která je vyvážená

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

padne 1, 2, 3, 4,  
5, 6 ok

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

padnou více jak 4 oka

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné) pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

$$P(A) = P(\text{padnou více jak 4 oka}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.\overline{33} \doteq 33,3\%$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

volba sprchového gelu  
z regálu v obchodě

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

volba sprchového gelu  
z regálu v obchodě

nabízí se Radox, Dove,  
Fa, Nivea, Palmolive

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

volba sprchového gelu  
z regálu v obchodě

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

nabízí se Radox, Dove,  
Fa, Nivea, Palmolive

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

bude zvolen ten od značek Radox nebo Nivea

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

volba sprchového gelu  
z regálu v obchodě

**se zavřenýma očima**

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

nabízí se Radox, Dove,  
Fa, Nivea, Palmolive

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

bude zvolen ten od značek Radox nebo Nivea

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

volba sprchového gelu  
z regálu v obchodě

**se zavřenýma očima**

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

nabízí se Radox, Dove,  
Fa, Nivea, Palmolive

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

bude zvolen ten od značek Radox nebo Nivea

Mají-li všechny výsledky **stejnou šanci, že nastanou**, (jsou rovnocenné)  
pak

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech možných výsledků pokusu}}$$

$$P(A) = P(\text{Radox nebo Nivea}) = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

K určení „počtu příznivých“ a „všech možných“ využíváme schopností z kombinatoriky.

**Příklad 1:** Číslice 1, 2, 3, 4, 5 jsou napsány na 5-ti lístcích. Náhodně vybereme 3 a utvoříme trojciferné číslo, přičemž cifry k sobě skládáme v pořadí, v jakém jsme je vybrali. Vypočtete pravděpodobnost, že se takto podaří sestavit sudé číslo.

**Příklad 2:** S jakou pravděpodobností padne na dvou kostkách součet

- a) šest,
- b) menší než 7.

**Příklad 3:** Do kolony bylo náhodně seřazeno 7 aut: 2 Mercedesy, 3 Hondy a 2 Oply. Jaká je pravděpodobnost, že na prvním a posledním místě bude Honda?



# Pravděpodobnost

## Klasická pravděpodobnost

K určení „počtu příznivých“ a „všech možných“ využíváme schopností z kombinatoriky.

**Příklad 1:** Číslice 1, 2, 3, 4, 5 jsou napsány na 5-ti lístcích. Náhodně vybereme 3 a utvoříme trojciferné číslo, přičemž cifry k sobě skládáme v pořadí, v jakém jsme je vybrali.

Vypočtete pravděpodobnost, že se takto podaří sestavit sudé číslo.

jev  $S$  ... podaří se sestavit sudé číslo, 
$$P(S) = \frac{V_2(4)+V_2(4)}{V_3(5)} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 3 + 1 \cdot 4 \cdot 3}{5 \cdot 4 \cdot 3} = 0,4 = 40\%$$

**Příklad 2:** S jakou pravděpodobností padne na dvou kostkách součet

a) šest,  $S_6$ ..... součet je 6, 
$$P(S_6) = \frac{5}{V_2^*(6)} = \frac{5}{6 \cdot 6} \doteq 0,1389 \doteq 14\%$$

b) menší než 7.  $S_{Pod7}$ ..... součet je menší než 7,

$$P(S_{Pod7}) = \frac{5+4+3+2+1}{V_2^*(6)} = \frac{15}{6 \cdot 6} \doteq 0,4167 \doteq 42\%$$

**Příklad 3:** Do kolony bylo náhodně seřazeno 7 aut: 2 Mercedesy, 3 Hondy a 2 Oply. Jaká je pravděpodobnost, že na prvním a posledním místě bude Honda? jev  $H$  ... na začátku a na konci je Honda,

$$P(H) = \frac{\frac{5!}{2! \cdot 2!}}{7!} = \frac{5! \cdot 3!}{7!} \doteq 0,1429 \doteq 14\%$$

# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

(Richard von Mises, počátek 20. století)

# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$n$  je počet opakování náhodného pokusu a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Nevíme-li, zda mají všechny výsledky stejnou šanci, pak

# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$n$  je počet opakování náhodného pokusu a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Nevíme-li, zda mají všechny výsledky stejnou šanci, pak

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$$

# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$n$  je počet opakování náhodného pokusu a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Nevíme-li, zda mají všechny výsledky stejnou šanci, pak

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$$

počet nastoupení jevu  $A$

počet opakování pokusu

# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$n$  je počet opakování náhodného pokusu a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Nevíme-li, zda mají všechny výsledky stejnou šanci, pak

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$$

počet nastoupení jevu  $A$

počet opakování pokusu

tzv. relativní četnost jevu  $A$

# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

hod kostkou,

Nechť

$n$  je počet opakování náhodného pokusu a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Nevíme-li, zda mají všechny výsledky stejnou šanci, pak

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$$

počet nastoupení jevu  $A$

počet opakování pokusu

# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

hod kostkou,

Nechť

$n$  je počet opakování náhodného pokusu a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu  
padnou více jak 4 oka

opakujeme  
například  
100x s  
výsledkem:

1	.....	10x
2	.....	13x
3	.....	20x
4	.....	26x
5	.....	18x
6	.....	13x

Nevíme-li, zda mají všechny výsledky stejnou šanci, pak

počet nastoupení jevu  $A$

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$$

počet opakování pokusu



# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

hod kostkou,

Nechť

$n$  je počet opakování náhodného pokusu a

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu

padnou více jak 4 oka

opakujeme  
například  
100x s  
výsledkem:

1	.....	10x
2	.....	13x
3	.....	20x
4	.....	26x
5	.....	18x
6	.....	13x

Nevíme-li, zda mají všechny výsledky stejnou šanci, pak

počet nastoupení jevu  $A$

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$$

počet opakování pokusu

# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

hod kostkou, která je možná navrtnaná

Nechť

$n$  je počet opakování náhodného pokusu a

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu

padnou více jak 4 oka

opakujeme například

100x s výsledkem:

1 ..... 10x

2 ..... 13x

3 ..... 20x

4 ..... 26x

5 ..... 18x

6 ..... 13x

Nevíme-li, zda mají všechny výsledky stejnou šanci, pak

počet nastoupení jevu  $A$

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$$

počet opakování pokusu

# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

hod kostkou, která je možná navrtná

Nechť

$n$  je počet opakování náhodného pokusu a

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu  
padnou více jak 4 oka

opakujeme například 100x s výsledkem:

1	.....	10x
2	.....	13x
3	.....	20x
4	.....	26x
5	.....	18x
6	.....	13x

Nevíme-li, zda mají všechny výsledky stejnou šanci, pak

počet nastoupení jevu  $A$

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$$

počet opakování pokusu

relativní četnost je  $\frac{18+13}{100} = 0.31 = 31\%$

# Pravděpodobnost

## Statistická pravděpodobnost

Mějme náhodný jev  $A$

Nechť

$n$  je počet opakování náhodného jevu  $A$

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku

padnou více jak 4 oka

Nevíme-li, zda mají všechny výsledky stejnou pravděpodobnost

**Význam limity:**

Budeme-li pokus provádět znovu a znovu s čím dál větší sadou opakování (tj.  $n \rightarrow \infty$ ), bude se napačítaná hodnota relativní četnosti  $\frac{n(A)}{n}$  postupně ustalovat na správné hodnotě pravděpodobnosti sledovaného jevu  $A$ .

počet nastoupení jevu  $A$

4	.....	26x
5	.....	18x
6	.....	13x

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$$

počet opakování pokusu

relativní četnost je  $\frac{18+13}{100} = 0.31 = 31\%$

# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Pokud je počet všech možných výsledků (počet prvků množiny  $\Omega$ )  
**nekonečný**, pak

# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Pokud je počet všech možných výsledků (počet prvků množiny  $\Omega$ )  
**nekonečný**, pak

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

míra množiny výsledků  
odpovídajících jevu  $A$

míra množiny všech  
možných výsledků

# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Pokud je počet všech možných výsledků (počet prvků množiny  $\Omega$ )

**Míra:**

nezáporné číslo, které popisuje velikost množiny,

- např.
- počet prvků, pokud je lze počítat
  - délka, pokud jde o úsečku či křivku (1D)
  - obsah, pokud jde o plochu (2D)
  - objem pokud jde o těleso (3D)

pak

míra množiny výsledků  
odpovídajících jevu  $A$

míra množiny všech  
možných výsledků

# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Pokud je počet všech možných výsledků (počet prvků množiny  $\Omega$ )  
**nekonečný**, pak

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

míra množiny výsledků  
odpovídajících jevu  $A$

míra množiny všech  
možných výsledků



# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

určení místa dopadu meteoritu na Zemi,

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a  
jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Pokud je počet všech možných výsledků (počet prvků množiny  $\Omega$ )  
**nekonečný**, pak

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

míra množiny výsledků  
odpovídajících jevu  $A$

míra množiny všech  
možných výsledků

# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

určení místa dopadu meteoritu na Zemi,

Nechť

všechna místa na Zemi,

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

Pokud je počet všech možných výsledků (počet prvků množiny  $\Omega$ ) nekonečný, pak

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

míra množiny výsledků odpovídajících jevu  $A$

míra množiny všech možných výsledků

# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

určení místa dopadu meteoritu na Zemi,

Nechť

všechna místa na Zemi,

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

meteorit dopadne na pevninu

Pokud je počet všech možných výsledků (počet prvků množiny  $\Omega$ ) nekonečný, pak

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

míra množiny výsledků odpovídajících jevu  $A$

míra množiny všech možných výsledků

# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

určení místa dopadu meteoritu na Zemi,

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

všechna místa na Zemi,  
takových míst je  
nekonečně mnoho

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

meteorit dopadne na pevninu

Pokud je počet všech možných výsledků (počet prvků množiny  $\Omega$ )  
nekonečný, pak

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

míra množiny výsledků  
odpovídajících jevu  $A$

míra množiny všech  
možných výsledků

# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

Mějme náhodný pokus.

určení místa dopadu meteoritu na Zemi,

Nechť

$\Omega$  je množina všech jeho výsledků a

všechna místa na Zemi,  
takových míst je  
nekonečně mnoho

jev  $A$  je nějaké tvrzení o výsledku tohoto náhodného pokusu.

meteorit dopadne na pevninu

Pokud je počet všech možných výsledků (počet prvků množiny  $\Omega$ )  
nekonečný, pak

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

míra množiny výsledků  
odpovídajících jevu  $A$

míra množiny všech  
možných výsledků

$$P(A) = \frac{\text{plocha pevniny}}{\text{celkový povrch Země}} = \frac{149}{361 + 149} = 0,292 = 29,2\%$$

# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

**Příklad 1:** Tyč délky **10m** je náhodně rozlomena na 2 části. Jaká je pravděpodobnost, že menší část bude delší než 4m?

**Příklad 2:** Na zastávku místní dopravy přijíždí autobus každých 7 minut a zdrží se vždy 0,5 minuty. Jaká je pravděpodobnost, že přijdu a zastihnu autobus na zastávce?

# Pravděpodobnost

## Geometrická pravděpodobnost

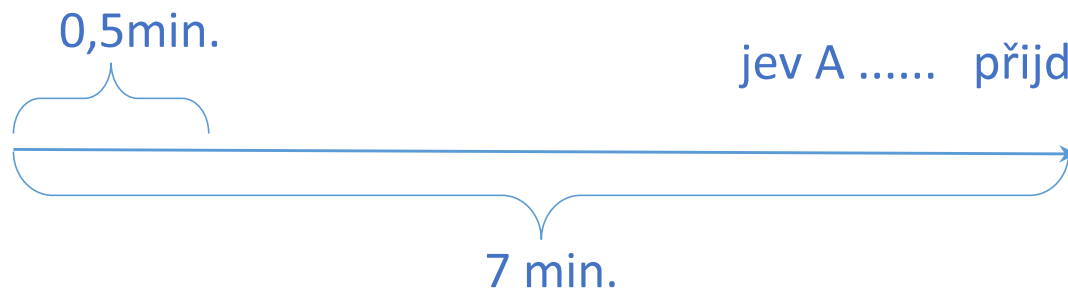
**Příklad 1:** Tyč délky **10m** je náhodně rozlomena na 2 části. Jaká je pravděpodobnost, že menší část bude delší než 4m?



jev A ..... po zlomení bude menší část delší než 4m

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{2m}{10m} = 0,2 = 20\%$$

**Příklad 2:** Na zastávku místní dopravy přijíždí autobus každých 7 minut a zdrží se vždy 0,5 minuty. Jaká je pravděpodobnost, že přijdu a zastihnu autobus na zastávce?



jev A ..... přijdu v okamžiku, kdy je autobus na zastávce

$$P(A) = \frac{0,5min}{7min} = \frac{\frac{1}{2}}{7} = \frac{1}{14} \doteq 0,07142 \doteq 7\%$$