2. Pravděpodobnost

2.1 Jevy a operace s jevy

Značení a terminologie

- Ω ... **množina všech možných výsledků náhodného pokusu**
- ω ... **jednotlivé výsledky náhodného pokusu**
- $A \subset \Omega$ ... **jev**
  - $\{\omega_i\} \subset \Omega$ ... **elementární jev**
  - $\emptyset$ ... **nemožný jev**
  - Ω ... **jistý jev**

Příklad (Hod kostkou)

Určete

- *množinu všech možných výsledků,*
- *jev* A *„padlo sudé číslo“,*
- *jev* B *„padlo číslo větší než 4“,*
- *jev* C *„padlo číslo 6“,*
- *jev* D *„padlo číslo 10“.*

Nějaký nápad?

Příklad (Hod kostkou)

Určete

- *množinu všech možných výsledků* Ω*,*
- *jev* A *„padlo sudé číslo“,*
- *jev* B *„padlo číslo větší než 4“,*
- *jev* C *„padlo číslo 6“,*
- *jev* D *„padlo číslo 10“.*

Řešení

- $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ... jistý jev
- $A = \{2, 4, 6\}$
- $B = \{5, 6\}$
- $C = \{6\}$ ... elementární jev
- $D = \emptyset$ ... nemožný jev

Provedeme pokus s výsledkem ω. O jevu A řekneme, že

- jev A **nastal**: nastal výsledek ω příznivý jevu A

$$\omega \in A$$

- jev A **nenastal**: nenastal výsledek ω příznivý jevu A

$$\omega \notin A$$

$\Rightarrow$ jistý jev nastane vždy

$\Rightarrow$ nemožný jev nenastane nikdy

Opačný jev

- $A^c \subset \Omega$ ... **jev opačný k jevu** A
- jev A^c nastane právě tehdy, když nenastane jev A

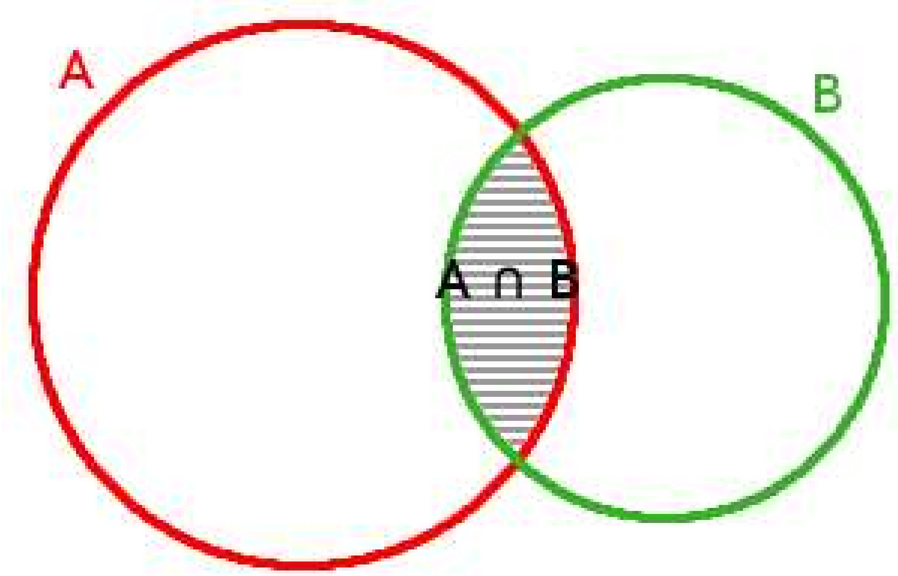
$$A^c \cup A = \Omega, \quad A^c \cap A = \emptyset$$

Příklady - hod kostkou

- jev A „padne sudé číslo“, jev A^c „padne liché číslo“
- jev B „padne číslo větší než 4“, jev B^c „padne číslo nejvýše 4“

Průnik jevů

- jev $A \cap B$ nastane právě tehdy, když nastanou jevy A a B současně



Příklad - hod kostkou

- jev A „padne sudé číslo“,
- jev B „padne číslo větší než 4“,

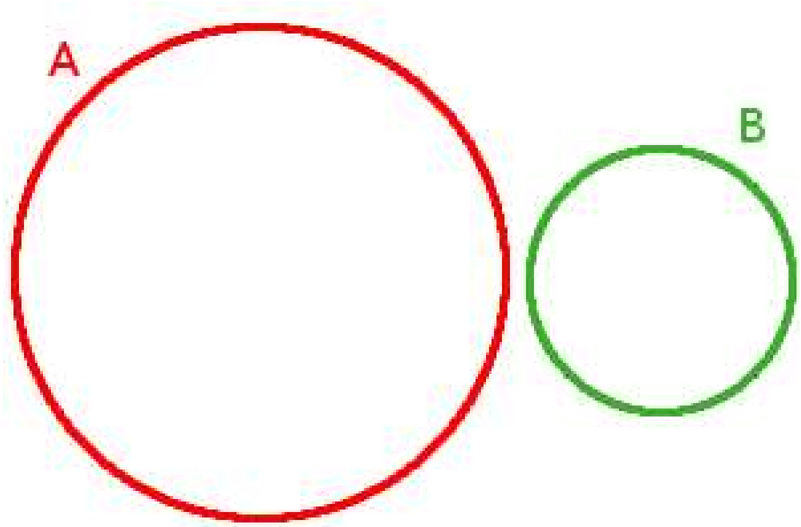
$\Rightarrow$ jev $A \cap B$ „padne sudé číslo větší než 4“

$$\Rightarrow \; A \cap B = \{6\}$$

Neslučitelné (disjunktní) jevy

- jevy A a B se navzájem vylučují

$$A \cap B = \emptyset$$



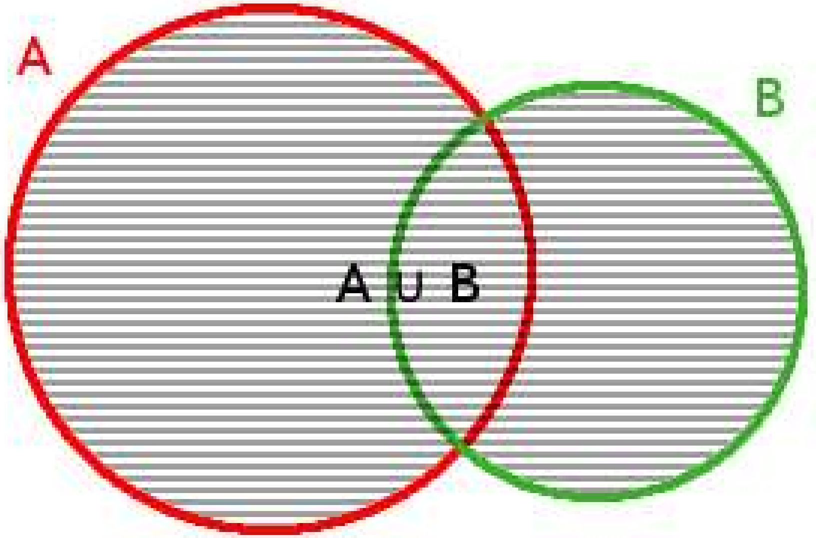
Příklad - hod kostkou

- jev A „padne sudé číslo“
- jev B „padne liché číslo“

$$\Rightarrow \text{ jev } A \cap B = \emptyset$$

Sjednocení jevů

- jev $A \cup B$ nastane právě tehdy, když nastane alespoň jeden z jevů A a B



Příklad - hod kostkou

- jev A „padne sudé číslo“
- jev B „padne číslo větší než 4“

$$\Rightarrow \text{ jev } A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$$

Rovnost (ekvivalence) jevů

- jevy A a B nastanou současně a nikdy jindy

Příklad - hod kostkou

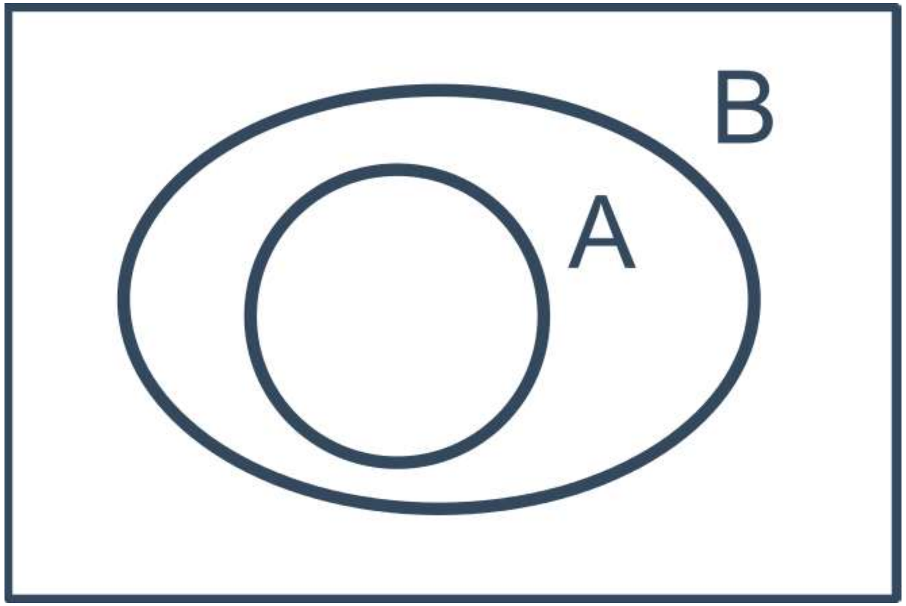
- jev A „padne sudé číslo"
- jev B „padne číslo 2, 4 nebo 6"

$$\Rightarrow A = B = \{2, 4, 6\}$$

Implikace jevů

$A \subset B$

- jev A implikuje jev B
- jev A je podjevem jevu B
- jev B je důsledkem jevu A



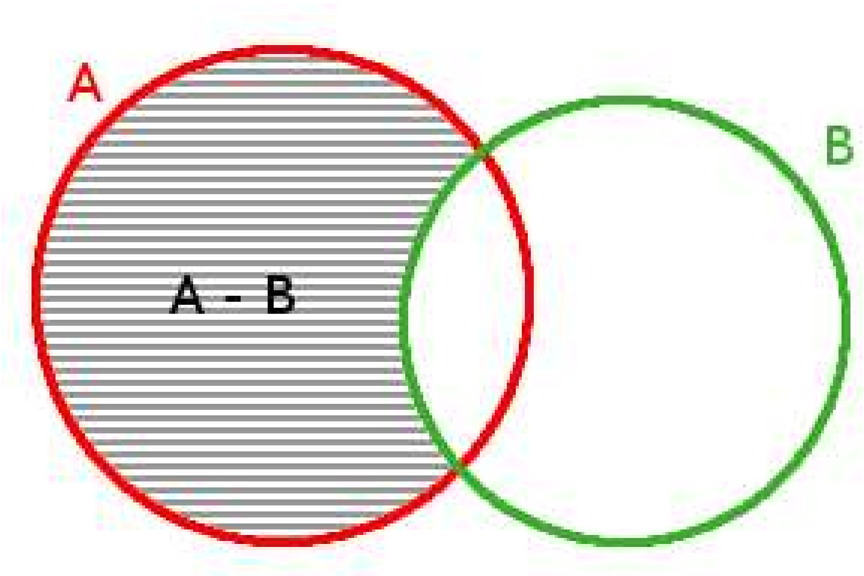
Příklad - hod kostkou

- jev A „padne číslo 2 nebo 4“
- jev B „padne sudé číslo“

Rozdíl jevů A a B

$A \setminus B$

- nastane jev A a současně nenastane jev B



Příklad - hod kostkou

- jev A „padne sudé číslo“
- jev B „padne číslo větší než 4“

$$\Rightarrow \; A \setminus B = \{2, 4\}$$

Operace s jevy

- komutativní zákon

$$A \cup B = B \cup A, \quad A \cap B = B \cap A$$

Úplný systém jevů

- = množina neslučitelných jevů $A_1, \ldots, A_n$, jejichž sjednocení tvoří množinu všech možných výsledků

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^{n} A_i, \quad A_i \cap A_j = \emptyset \; \forall i \neq j$$

- příklad - hod kostkou:

A_1 „padne sudé číslo“, A_2 „padne liché číslo“

- jevy $A_1, \ldots, A_n$ tvoří rozklad jevu B :

$$B = \bigcup_{i=1}^{n} A_i, \quad A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

- platí i pro $n \to \infty$