Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Poissonovo rozdělení

Popisuje počet výskytů jevu v určitém čase, délce, objemu, atp.

Poissonův jev nastává
- **nezávisle** na předchozím výsledku a
- **průměrně** λ **krát** v daném úseku.

Zápis **$X \sim Po(\lambda)$**

pravděpodobnostní funkce

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$

Excel POISSON.DIST(k ; λ ; NEPRAVDA) $= p(k) = P(X = k)$

POISSON.DIST (x ; λ ; PRAVDA) $= F(x) = P(X \leq x)$

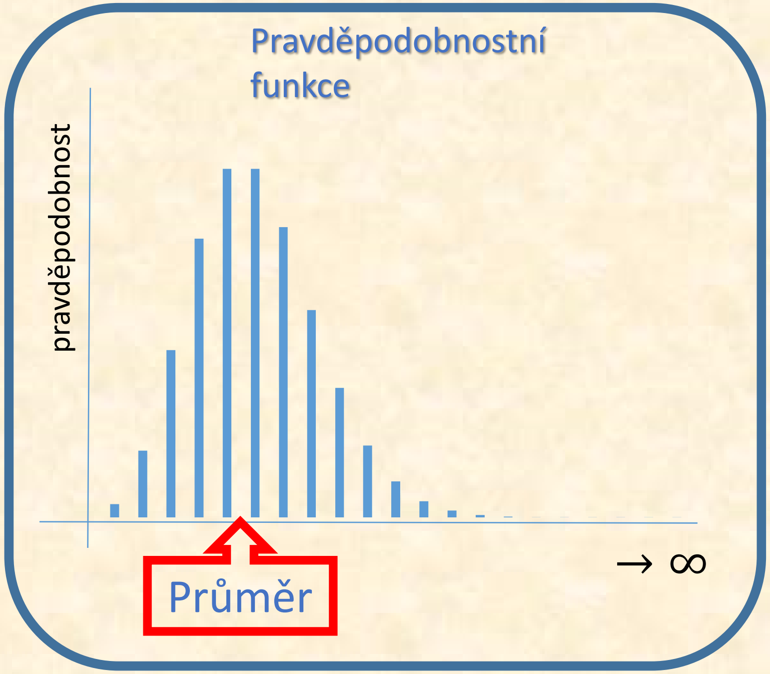
Například sledujeme, jak často do firmy přijde nějaký typ emailu (reklamace atp.). Víme, že za rok tato firma průměrně dostává 1460 takových emailů, t.j. v průměru 4 za den.

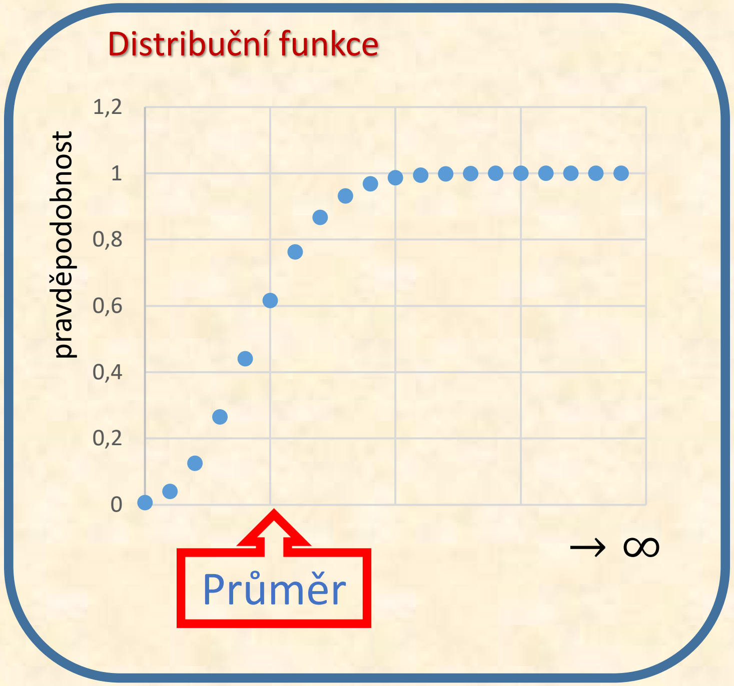
Známe-li průměrný počet za den, stane se den naším základem pro další úvahy. A právě počet příchozích dopisů během jednoho dne se řídí Poissonovým rozdělením.

Nejvyšší je pravděpodobnost, že přijdou 4 dopisy (tedy průměr). Pravděpodobnost, s jakou lze očekávat 2 dopisy, je o něco menší. Pravděpodobnost, že jich přijde 100, je téměř nulová.

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti





Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Osobní bankéř Vám sdělí, že jedná v průměru s 5 zákazníky za den. Zjistěte jaká je pravděpodobnost, že počet zákazníků osobního bankéře za jeden den bude 4.

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Osobní bankéř Vám sdělí, že jedná v průměru s 5 zákazníky za den. Zjistěte jaká je pravděpodobnost, že počet zákazníků osobního bankéře za jeden den bude 4.

X - počet zákazníků, se kterými bankéř jedná v průběhu jednoho dne.

$$\boxed{X \sim Po(5)}$$

$$P(X = 4) = p(4) \quad =$$

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Osobní bankéř Vám sdělí, že jedná v průměru s 5 zákazníky za den. Zjistěte jaká je pravděpodobnost, že počet zákazníků osobního bankéře za jeden den bude 4.

X - počet zákazníků, se kterými bankéř jedná v průběhu jednoho dne.

$$\boxed{X \sim Po(5)}$$

$$P(X = 4) = p(4) = \frac{5^4}{4!} \cdot e^{-5} = 0{,}1755$$

Excel:

= Poisson.Dist(4 ; 5 ; NEPRAVDA)

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Osobní bankéř Vám sdělí, že jedná v průměru s 5 zákazníky za den. Zjistěte jaká je pravděpodobnost, že počet zákazníků osobního bankéře za jeden den bude 4.

X - počet zákazníků, se kterými bankéř jedná v průběhu jednoho dne.

$$\boxed{X \sim Po(5)}$$

$$P(X = 4) = p(4) = \frac{5^4}{4!} \cdot e^{-5} = 0{,}1755$$

Excel:

= Poisson.Dist(4 ; 5 ; NEPRAVDA)

Jiná zvědavá otázka: Zjistěte, jaká je pravděpodobnost, že počet zákazníků osobního bankéře za jeden den bude **větší než** 3.

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Osobní bankéř Vám sdělí, že jedná v průměru s 5 zákazníky za den. Zjistěte jaká je pravděpodobnost, že počet zákazníků osobního bankéře za jeden den bude 4.

X - počet zákazníků, se kterými bankéř jedná v průběhu jednoho dne.

$\boxed{X \sim Po(5)}$

$$P(X = 4) = p(4) = \frac{5^4}{4!} \cdot e^{-5} = 0{,}1755$$

Excel:

= Poisson.Dist(4 ; 5 ; NEPRAVDA)

Jiná zvědavá otázka: Zjistěte, jaká je pravděpodobnost, že počet zákazníků osobního bankéře za jeden den bude **větší než** 3.

Hledáme P(X>3) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)+…

Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Osobní bankéř Vám sdělí, že jedná v průměru s 5 zákazníky za den. Zjistěte jaká je pravděpodobnost, že počet zákazníků osobního bankéře za jeden den bude 4.

X **- počet zákazníků, se kterými bankéř jedná v průběhu jednoho dne.**

$$\boxed{X \sim Po(5)}$$

$$P(X = 4) = p(4) = \frac{5^4}{4!} \cdot e^{-5} = 0{,}1755$$

Excel:

= Poisson.Dist(4 ; 5 ; NEPRAVDA)

Jiná zvědavá otázka: Zjistěte, jaká je pravděpodobnost, že počet zákazníků osobního bankéře za jeden den bude **větší než** 3.

Hledáme P(X>3) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)+…

Úlohu vyřešíme pomocí **jevu opačného**

P(X > 3) = 1 – P(X ≤ 3)

EXCEL: =1 – POISSON(3;5;PRAVDA) = 1- 0,265 = 0,7350

Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Hypergeometrické rozdělení:

Náhodná veličina, která označuje kolikrát nastal úspěch při *opakovaném závislém pokusu*.

Pravděpodobnostní funkce dána vztahem

Zápis $X \sim H(n, M, N)$

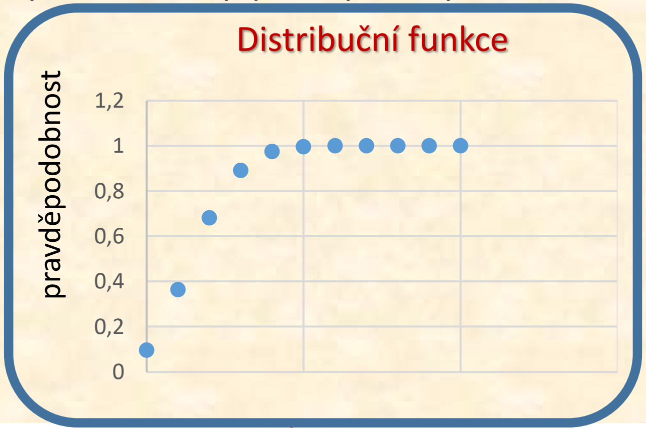
$$P(X = k) = \qquad p(k) = \frac{\binom{M}{k}\cdot\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$ pro $k = 0,1,2,3,\ldots n$,

kde n je počet opakování pokusu, k je počet úspěchů,

N je celkový počet prvků a M je počet prvků se sledovanou vlastností.

Excel HypGeom.Dist(k ; n ; M ; N ; NEPRAVDA) $= p(k) = P(X = k)$

HypGeom.Dist (x ;n ; M ; N; PRAVDA) $= F(x) = P(X \leq x)$



Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Mezi **stovkou výrobků** je **20 zmetků**. Sledujme počet zmetků mezi **deseti vybranými**. Jak je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude více jak 2 zmetky?

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Mezi **stovkou výrobků** je **20 zmetků**. Sledujme počet zmetků mezi **deseti vybranými**. Jak je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude více jak 2 zmetky?

X - počet zmetků mezi 10ti vybranými.

$$\boxed{X \sim H(10, 20, 100)}$$

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Mezi **stovkou výrobků** je 20 zmetků. Sledujme počet zmetků mezi **deseti vybranými**. Jak je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude více jak 2 zmetky?

X - počet zmetků mezi 10ti vybranými.

$$\boxed{X \sim H(10, 20, 100)}$$

$$P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + \;\ldots\; + P(X = 10)$$

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Mezi **stovkou výrobků** je **20 zmetků**. Sledujme počet zmetků mezi **deseti vybranými**. Jak je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude více jak 2 zmetky?

X - počet zmetků mezi 10ti vybranými.

$$X \sim H(10, 20, 100)$$

$$P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + \ \dots\ + P(X = 10)$$

Nebo pomocí jevu opačného:

$$= 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$$

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Mezi **stovkou výrobků** je **20 zmetků**. Sledujme počet zmetků mezi **deseti vybranými**. Jak je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude více jak 2 zmetky?

X - počet zmetků mezi 10ti vybranými.

$$\boxed{X \sim H(10, 20, 100)}$$

$$P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + \; \dots \; + P(X = 10)$$

Nebo pomocí jevu opačného:

$$= 1 - P(X \leq 1) \quad = \quad 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$$

Excel (1. způsob)

$= 1 - F(1) \quad = \quad 1 -$ HypGeom.Dist (1 ; 10 ; 20 ; 100; PRAVDA) $= \mathbf{0.637} = \mathbf{63{,}7\%}$

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad: Mezi **stovkou výrobků** je **20 zmetků**. Sledujme počet zmetků mezi **deseti vybranými**. Jak je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude více jak 2 zmetky?

X - počet zmetků mezi 10ti vybranými.

$$\boxed{X \sim H(10, 20, 100)}$$

$$P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + \ \dots\ + P(X = 10)$$

Nebo pomocí jevu opačného:

$$= 1 - P(X \leq 1) \quad = \quad 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$$

Excel (1. způsob -> jev opačný a hodnota distribuční funkce)

$= 1 - F(1)$ $=$ $1 -$ HypGeom.Dist (1 ;10 ; 20 ; 100; PRAVDA) $=$ **0.637 = 63,7%**

Excel (2. způsob -> jev opačný a hodnoty pravděpodobnostní funkce)

$P(X = 0) = 0{,}095 =$ HypGeom.Dist (0 ;10 ; 20 ; 100; NEPRAVDA)

$P(X = 1) = 0{,}268 =$ HypGeom.Dist (0 ;10 ; 20 ; 100; NEPRAVDA)

$P(X > 2) = 1 - 0{,}095 - 0{,}268 =$ **0.637 = 63,7%**

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 1: Za jasných letních nocí můžeme v průměru každých 10 minut vidět „padat hvězdu“. Jaká je pravděpodobnost, že během 15 minut uvidíme dvě „padající hvězdy“?

Příklad 2: V dodávce 80ti polotovarů je 8 vadných (tj. 10 %). Náhodně vybereme 5 kusů polotovarů k dalši kompletaci. (Vybíráme najednou, tj. „bez vracení”.) Jaká je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude maximálně jeden vadný?

Příklad 3: Při výrobě aluminiových odlitků byla zkoumána bublinatost na vymezené ploše odlitků. (Bublinatost je chybovost, počet kazů.) U vzorku 250 odlitků bylo pomocí skenovacího software celkem zjištěno 340 bublin. Vyjádřete rozdělení pravděpodobností počtu bublin na jednom odlitku a vykreslete jeho graf.

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 1: Za jasných letních nocí můžeme v průměru každých 10 minut vidět „padat hvězdu“. Jaká je pravděpodobnost, že během 15 minut uvidíme dvě „padající hvězdy“?

X .... počet „spadlých“ hvězd za 15 min, $X \sim Po(1{,}5)$

Příklad 2: V dodávce 80ti polotovarů je 8 vadných (tj. 10 %). Náhodně vybereme 5 kusů polotovarů k dalši kompletaci. (Vybíráme najednou, tj. „bez vracení”.) Jaká je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude maximálně jeden vadný?

Příklad 3: Při výrobě aluminiových odlitků byla zkoumána bublinatost na vymezené ploše odlitků. (Bublinatost je chybovost, počet kazů.) U vzorku 250 odlitků bylo pomocí skenovacího software celkem zjištěno 340 bublin. Vyjádřete rozdělení pravděpodobností počtu bublin na jednom odlitku a vykreslete jeho graf.

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 1: Za jasných letních nocí můžeme v průměru každých 10 minut vidět „padat hvězdu“. Jaká je pravděpodobnost, že během 15 minut uvidíme dvě „padající hvězdy“?

X .... počet „spadlých“ hvězd za 15 min, $X \sim Po(1{,}5)$

Příklad 2: V dodávce 80ti polotovarů je 8 vadných (tj. 10 %). Náhodně vybereme 5 kusů polotovarů k dalši kompletaci. (Vybíráme najednou, tj. „bez vracení”.) Jaká je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude maximálně jeden vadný?

X .... počet vadných výrobků 5ti vybranými, $X \sim H(5{,}8{,}80)$

Příklad 3: Při výrobě aluminiových odlitků byla zkoumána bublinatost na vymezené ploše odlitků. (Bublinatost je chybovost, počet kazů.) U vzorku 250 odlitků bylo pomocí skenovacího software celkem zjištěno 340 bublin. Vyjádřete rozdělení pravděpodobností počtu bublin na jednom odlitku a vykreslete jeho graf.

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 1: Za jasných letních nocí můžeme v průměru každých 10 minut vidět „padat hvězdu“. Jaká je pravděpodobnost, že během 15 minut uvidíme dvě „padající hvězdy“?

X .... počet „spadlých“ hvězd za 15 min, $X \sim Po(1{,}5)$

Příklad 2: V dodávce 80ti polotovarů je 8 vadných (tj. 10 %). Náhodně vybereme 5 kusů polotovarů k dalši kompletaci. (Vybíráme najednou, tj. „bez vracení”.) Jaká je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude maximálně jeden vadný?

X .... počet vadných výrobků 5ti vybranými, $X \sim H(5{,}8{,}80)$

Příklad 3: Při výrobě aluminiových odlitků byla zkoumána bublinatost na vymezené ploše odlitků. (Bublinatost je chybovost, počet kazů.) U vzorku 250 odlitků bylo pomocí skenovacího software celkem zjištěno 340 bublin. Vyjádřete rozdělení pravděpodobností počtu bublin na jednom odlitku a vykreslete jeho graf.

X .... počet bublin na jednom výrobku, $X \sim Po\left(\frac{340}{250}\right)$

Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 1: Za jasných letních nocí můžeme v průměru každých 10 minut vidět „padat hvězdu“. Jaká je pravděpodobnost, že během 15 minut uvidíme dvě „padající hvězdy“?

X .... počet „spadlých“ hvězd za 15 min, $X \sim Po(1{,}5)$

P(X=2) = poisson.dist(2 ; 1,5 ; nepravda) = **0,251 = 25,1%**

Příklad 2: V dodávce 80ti polotovarů je 8 vadných (tj. 10 %). Náhodně vybereme 5 kusů polotovarů k dalši kompletaci. (Vybíráme najednou, tj. „bez vracení”.) Jaká je pravděpodobnost, že mezi vybranými bude maximálně jeden vadný?

X .... počet vadných výrobků 5ti vybranými, $X \sim H(5{,}8{,}80)$

P(X≤ 1) = F(1) = HypGeom.Dist(1 ; 5 ; 8 ; 80 ; $pravda$) = **0,924 = 92,4 %**

Příklad 3: Při výrobě aluminiových odlitků byla zkoumána bublinatost na vymezené ploše odlitků. (Bublinatost je chybovost, počet kazů.) U vzorku 250 odlitků bylo pomocí skenovacího software celkem zjištěno 340 bublin. Vyjádřete rozdělení pravděpodobností počtu bublin na jednom odlitku a vykreslete jeho graf.

X .... počet bublin na jednom výrobku, $X \sim Po\left(\frac{340}{250}\right)$

P(k) = poisson.dist(k ; 340/250 ; nepravda)

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 4: V zásilce 100 výrobků je 80 výrobků 1. jakosti a 20 výrobků 2. jakosti. Vybíráme třikrát po jednom výrobku. Každý výrobek po kontrole jakosti vždy vracíme zpět a až potom provádíme další výběr. Určete pravděpodobnost, že všechny vybrané výrobky budou 1. jakosti.

Příklad 5: Dlouhodobým pozorováním stavu vody v řece byla určena pravděpodobnost jarní povodně na 4/15. Určete pravděpodobnost, že v nejbližších 100 letech bude povodeň více jak třikrát.

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 4: V zásilce 100 výrobků je 80 výrobků 1. jakosti a 20 výrobků 2. jakosti. Vybíráme třikrát po jednom výrobku. Každý výrobek po kontrole jakosti vždy vracíme zpět a až potom provádíme další výběr. Určete pravděpodobnost, že všechny vybrané výrobky budou 1. jakosti.

X …. počet výrobků 1. jakosti mezi 3mi vybíranými, $X \sim Bi(3\,;\ 0{,}8)$

Příklad 5: Dlouhodobým pozorováním stavu vody v řece byla určena pravděpodobnost jarní povodně na 4/15. Určete pravděpodobnost, že v nejbližších 100 letech bude povodeň více jak třikrát.

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 4: V zásilce 100 výrobků je 80 výrobků 1. jakosti a 20 výrobků 2. jakosti. Vybíráme třikrát po jednom výrobku. Každý výrobek po kontrole jakosti vždy vracíme zpět a až potom provádíme další výběr. Určete pravděpodobnost, že všechny vybrané výrobky budou 1. jakosti.

X .... počet výrobků 1. jakosti mezi 3mi vybíranými, $X \sim Bi(3\,;\ 0{,}8)$

Příklad 5: Dlouhodobým pozorováním stavu vody v řece byla určena pravděpodobnost jarní povodně na 4/15. Určete pravděpodobnost, že v nejbližších 100 letech bude povodeň více jak třikrát.

X .... počet povodní ve 100 letech, $X \sim Bi(100,\ \frac{4}{15})$

Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 4: V zásilce 100 výrobků je 80 výrobků 1. jakosti a 20 výrobků 2. jakosti. Vybíráme třikrát po jednom výrobku. Každý výrobek po kontrole jakosti vždy vracíme zpět a až potom provádíme další výběr. Určete pravděpodobnost, že všechny vybrané výrobky budou 1. jakosti.

X .... počet výrobků 1. jakosti mezi 3mi vybíranými, $X \sim Bi(3\,;\ 0{,}8)$
P(X=3) = p(3) = binom.dist(3 ; 3 ; 0,8 ; nepravda) = **0,512 = 51,2%**

Příklad 5: Dlouhodobým pozorováním stavu vody v řece byla určena pravděpodobnost jarní povodně na 4/15. Určete pravděpodobnost, že v nejbližších 100 letech bude povodeň více jak třikrát.

X .... počet povodní ve 100 letech, $X \sim Bi(100,\ \frac{4}{15})$
P(X>3) = 1 – P(X≤ 3) = 1 $\boxed{-\ p(0) - p(1) - p(2) - p(3)}$
= 1 – F(3) = 1-binom.dist(3 ; 100 ; 4/15; pravda) =
= 0,999 999 999 713 = 99,999 999 971 3 %

Základy statistiky: **Náhodná veličina**

Diskrétní náhodná veličina	Spojitá náhodná veličina
(ve zkratce DNV)	(ve zkratce SNV)
Nabývá pouze izolovaných hodnot z reálné osy (celá čísla, přirozená čísla, atp.).	Nabývá jakoukoliv reálnou hodnotu z nějakého intervalu.

DNV jsou například náhodné veličiny

X .... počet suchých dní v měsíci,

Z .... počet ok po jednom hodu kostkou,

SNV jsou například náhodné veličiny

Y .... hodnota tlaku vzduchu,

M ...... míra nezaměstnanosti,

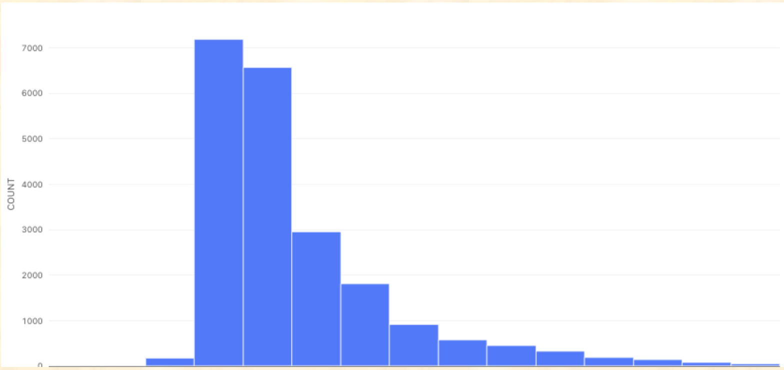
N ...... rychlost připojení internetu.

Základy statistiky: **Náhodná veličina**

Diskrétní náhodná veličina

pravděpodobnostní funkce

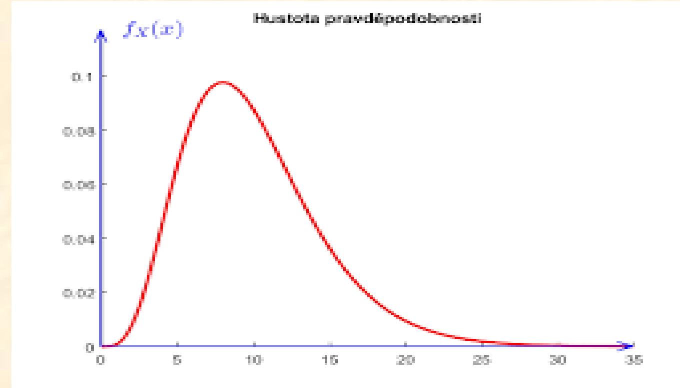
$p(x)=P(X=x)$



Spojitá náhodná veličina

hustota pravděpodobnosti

$f(x)=\lim_{h\to 0} P(x<X \leq x+h)$

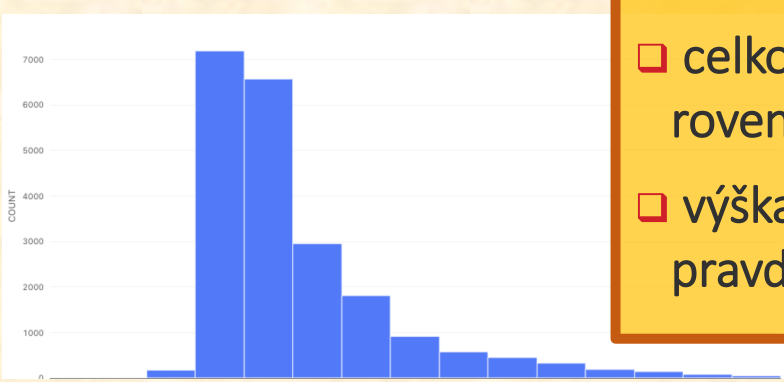


Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

pravděpodobnostní funkce

$p(x)=P(X=x)$



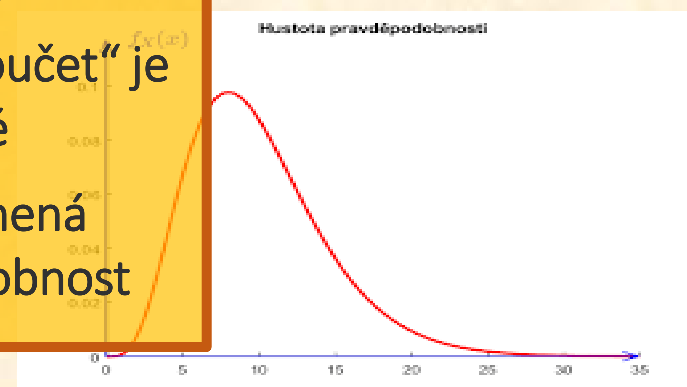
Společné vlastnosti

- hodnoty (pravděpodobnosti) od nuly do jedné
- celkový „součet“ je roven jedné
- výška znamená pravděpodobnost

Spojitá náhodná veličina

hustota pravděpodobnosti

$f(x)=\lim_{h \to 0} P(x<X \leq x+h)$

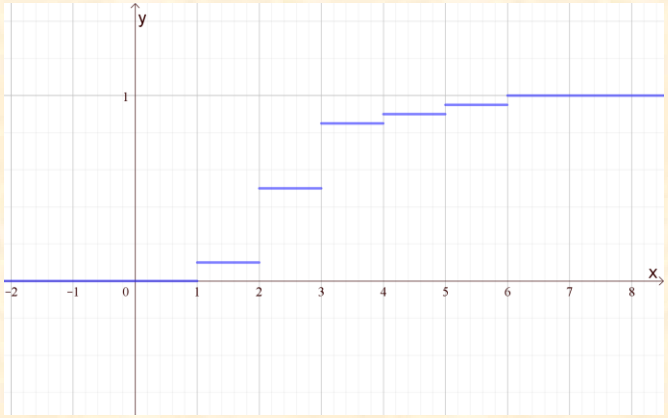


Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

distribuční funkce

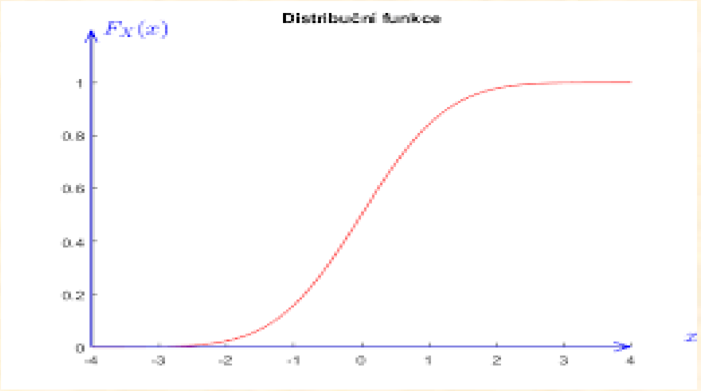
F(x)=P(X≤x)



Spojitá náhodná veličina

distribuční funkce

F(x)=P(X≤x)

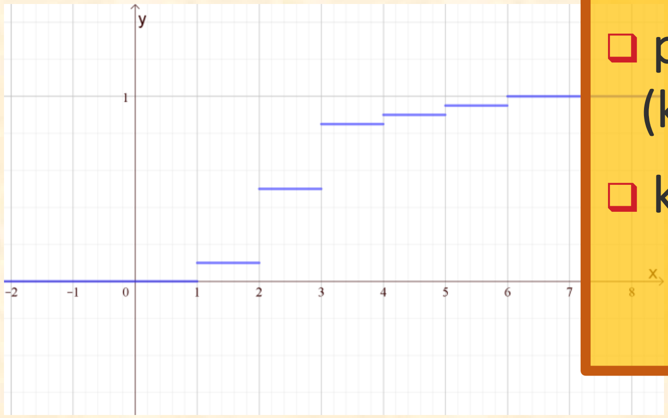


Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

distribuční funkce

F(x)=P(X≤x)



Společné vlastnosti

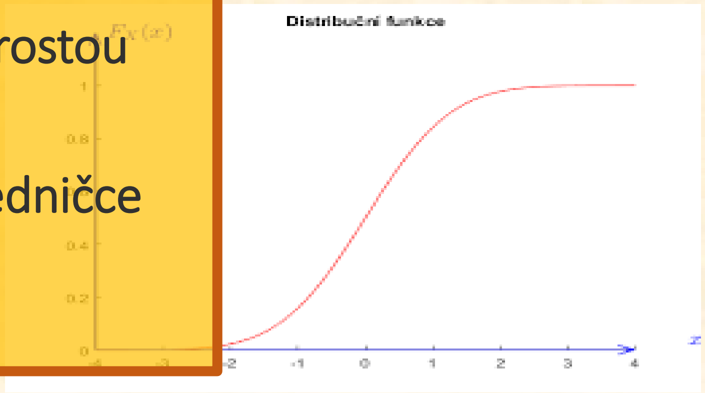
hodnoty funkce

- začínají od nuly
- postupně rostou (kumulují)
- končí na jedničce

Spojitá náhodná veličina

distribuční funkce

F(x)=P(X≤x)



Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

distribuční funkce

$F(x)=P(X\leq x)$

Spojitá náhodná veličina

distribuční funkce

$F(x)=P(X\leq x)$

Základy statistiky: Náhodná veličina

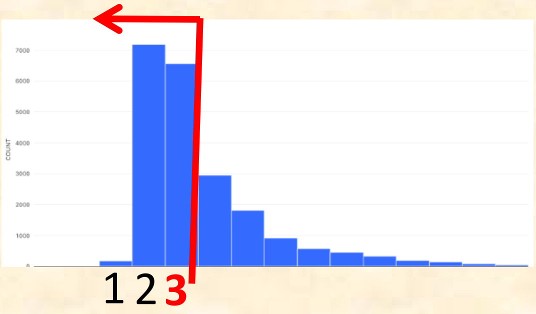
Diskrétní náhodná veličina

distribuční funkce

F(x)=P(X≤x)

např. F(3) = P(X ≤ 3)

= P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)

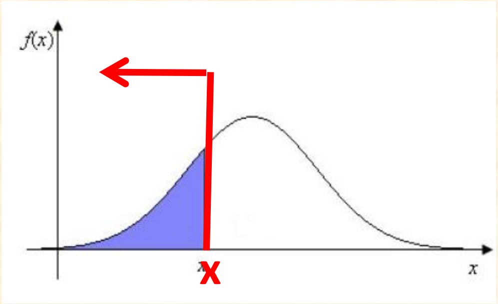


Spojitá náhodná veličina

distribuční funkce

F(x)=P(X≤x)

$= \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$ = obsah plochy pod křivkou hustoty



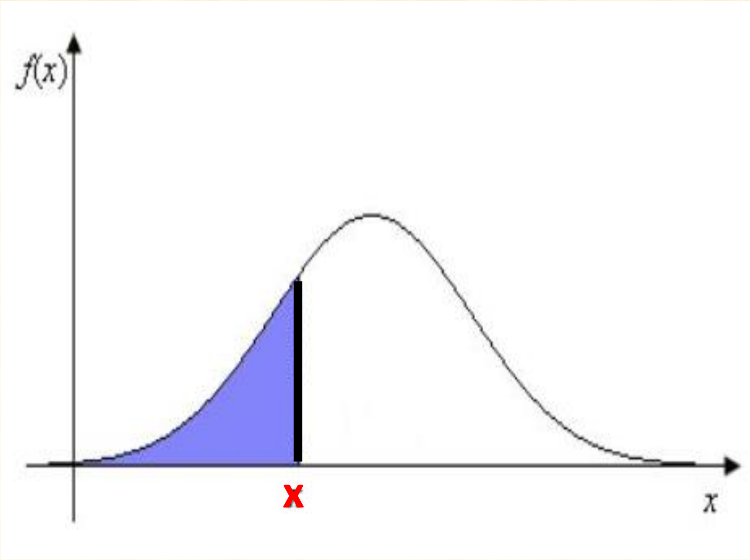
Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

 # Spojitá náhodná veličina

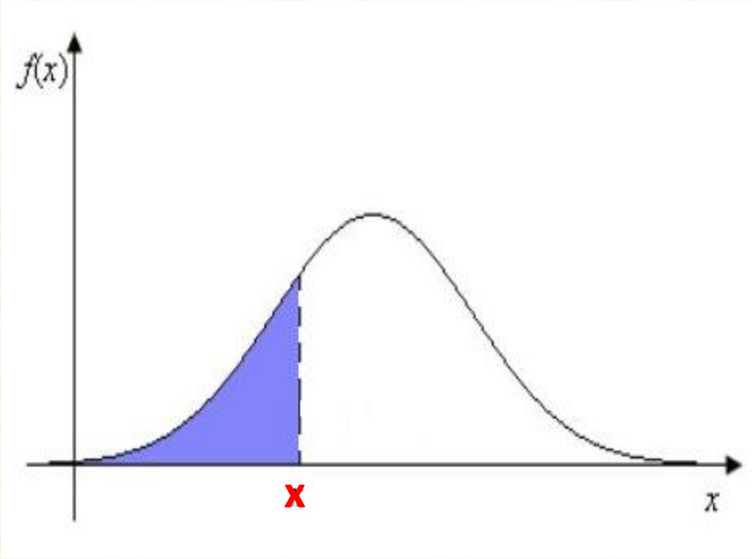
Z vlastností integrálů plyne, že v případě spojité NV platí rovnost

$$P(X \leq x) = P(X < x)$$

grafický význam rovnosti:



=



Jde o důsledek faktu, že $P(X=x) = \int_x^x f(t)\, dt = 0$

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

Z vlastností integrálů a distribuční funkce plyne, že v případě spojité NV platí rovnosti

$$
\begin{aligned}
P(a < X \leq b) &= \int_a^b f(x)\,dx \\
&= F(b) - F(a)
\end{aligned}
$$

Navíc nezapomeňme, že

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

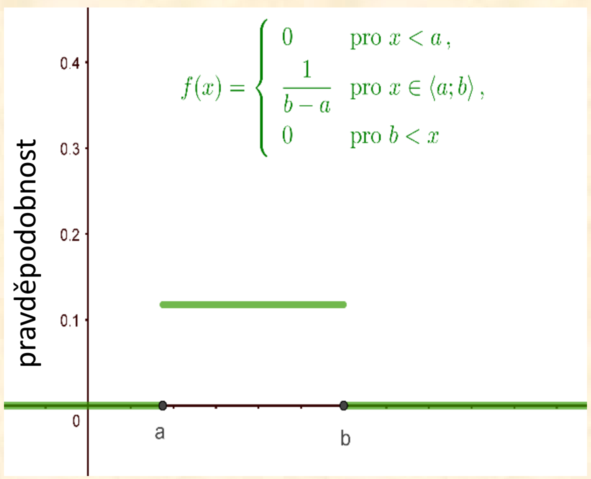
1. Rovnoměrné rozdělení:

realizace SNV vyplňují interval konečné délky a mají stejnou možnost výskytu (např. doba čekání na autobus, na výrobek u automatické linky)

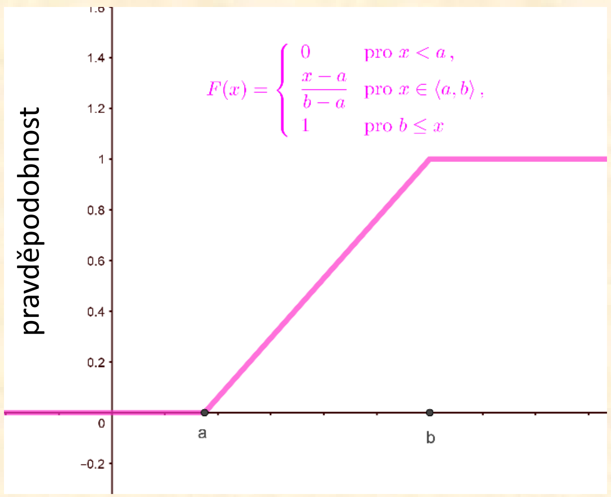
Zápis **X ~ Ro(a,b)**

parametry *a,b* .... hranice intervalu realizací náhodné veličiny

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách.
Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách.
Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

Náhodná veličina X .... doba čekání na příjezd tramvaje.

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách.
Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

Náhodná veličina X .... doba čekání na příjezd tramvaje.

Rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny je dáno hustotou pravděpodobností, která je

- v intervalu 0 až 10 minut konstantní,
- mimo tento interval je nulová,

tj. $f(x) = \begin{cases} c & x \in \langle 0\,;10 \rangle \\ 0 & jinak \end{cases}$

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách.
Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

Náhodná veličina X .... doba čekání na příjezd tramvaje.

Rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny je dáno hustotou pravděpodobností, která je

- v intervalu 0 až 10 minut konstantní,
- mimo tento interval je nulová,

tj. $f(x) = \begin{cases} c & x \in \langle 0\,;10\rangle \\ 0 & jinak \end{cases}$

Určete

a) konstantu c

b) distribuční funkci $F(x)$.

c) pravděpodobnost , že cestující bude čekat

- nejvýše 5 minut,
- alespoň 3 minuty,
- právě 7 minut

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách.
Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

Náhodná veličina X .... doba čekání na příjezd tramvaje.

Rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny je dáno hustotou pravděpodobností, která je

- v intervalu 0 až 10 minut konstantní,
- mimo tento interval je nulová,

tj. $f(x) = \begin{cases} c & x \in \langle 0\,;10 \rangle \\ 0 & jinak \end{cases}$

Určete

a) konstantu c

b) distribuční funkci $F(x)$.

c) pravděpodobnost , že cestující bude čekat

- nejvýše 5 minut,
- alespoň 3 minuty,
- právě 7 minut

Z vlastností integrálů a distribuční funkce plyne, že v případě spojité NV platí rovnosti

$$\boldsymbol{P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)}$$

Navíc nezapomeňme, že

$$\boldsymbol{F(-\infty) = 0}$$
$$\boldsymbol{F(+\infty) = 1}$$

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

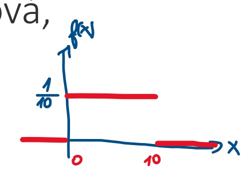
Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách.
Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

Náhodná veličina X .... doba čekání na příjezd tramvaje.

Rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny je dáno hustotou pravděpodobností, která je

- v intervalu 0 až 10 minut konstantní,
- mimo tento interval je nulová,

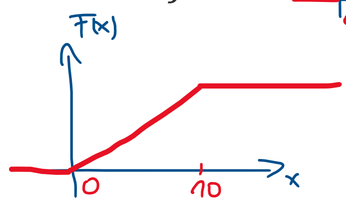
tj. $f(x) = \begin{cases} c & x \in \langle 0\,;10) \\ 0 & jinak \end{cases}$



Určete

a) konstantu c $\quad c = \dfrac{1}{10}$

b) distribuční funkci $F(x)$.



c) pravděpodobnost , že cestující bude čekat

- nejvýše 5 minut, $\int_{-\infty}^{5} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot dx + \int_{0}^{5} \frac{1}{10}\,dx = 0 + \frac{1}{10}(5-0) = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$
- alespoň 3 minuty, $\int_{3}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_{3}^{10} \frac{1}{10}\,dx + \int_{10}^{+\infty} 0 \cdot dx = \frac{1}{10}(10-3) + 0 = \underline{\underline{\frac{7}{10}}}$
- právě 7 minut

$P(X=7) = f(7) = \underline{\underline{\frac{1}{10}}}$

Z vlastností integrálů a distribuční funkce plyne, že v případě spojité NV platí rovnosti

$$P(a < X \le b) = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že

$$F(-\infty) = 0$$
$$F(+\infty) = 1$$

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

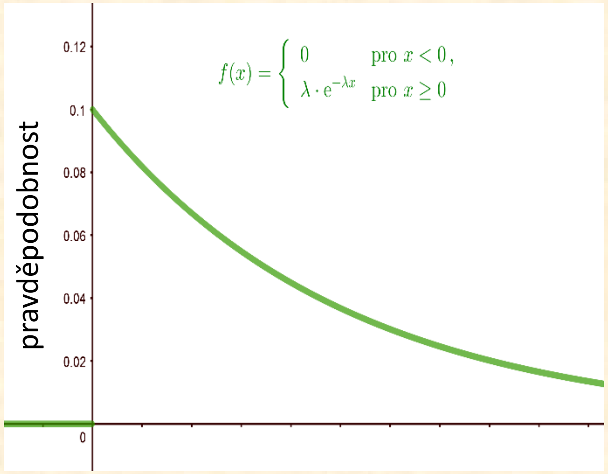
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

2. **Exponenciální rozdělení:** Popisuje **dobu čekání na** poissonovský jev. Tedy doba, než nastane náhodný jev s Poissonovým, tj. diskrétním, rozdělením pravděpodobnosti.

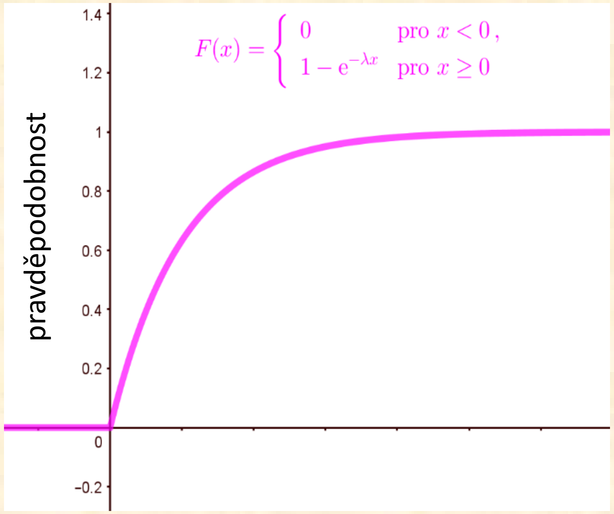
Zápis **X ~ Ex(λ)**

Parametr .... $\lambda = \dfrac{1}{průměrná\ doba\ čekání}$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

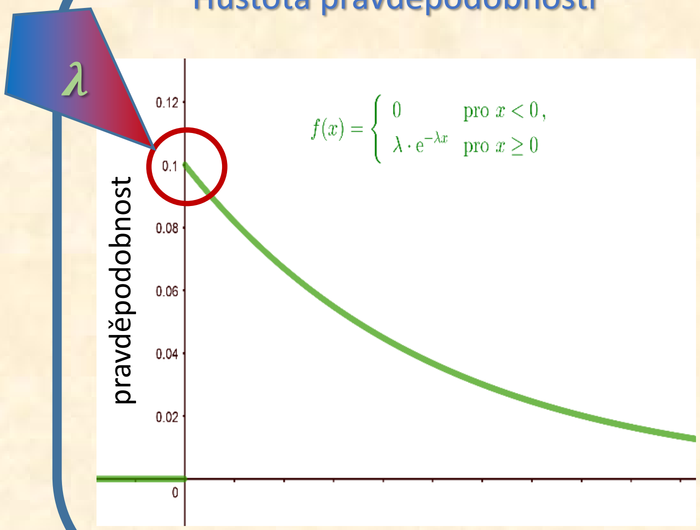
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

2. **Exponenciální rozdělení:** Popisuje **dobu čekání na** poissonovský jev. Tedy doba, než nastane náhodný jev s Poissonovým, tj. diskrétním, rozdělením pravděpodobnosti.

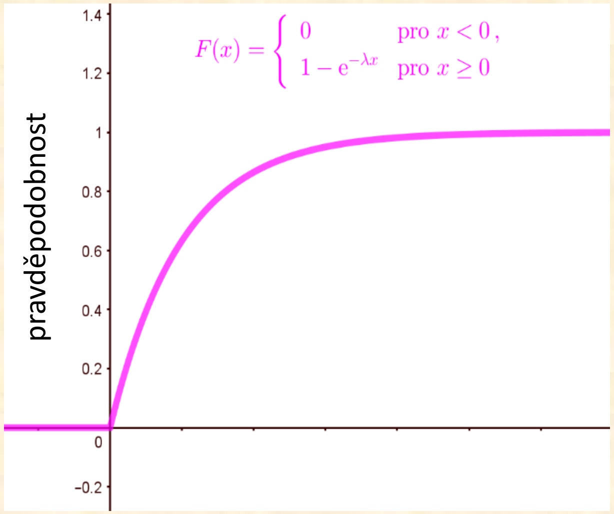
Zápis **X ~ Ex(λ)**

Parametr ………… $\lambda = \dfrac{1}{\textit{průměrná doba čekání}}$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

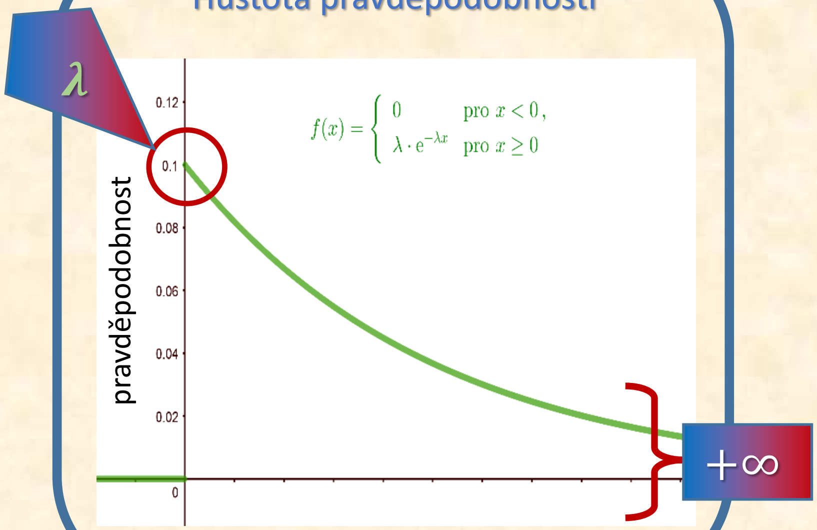
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

2. **Exponenciální rozdělení:** Popisuje **dobu čekání na** poissonovský jev. Tedy doba, než nastane náhodný jev s Poissonovým, tj. diskrétním, rozdělením pravděpodobnosti.

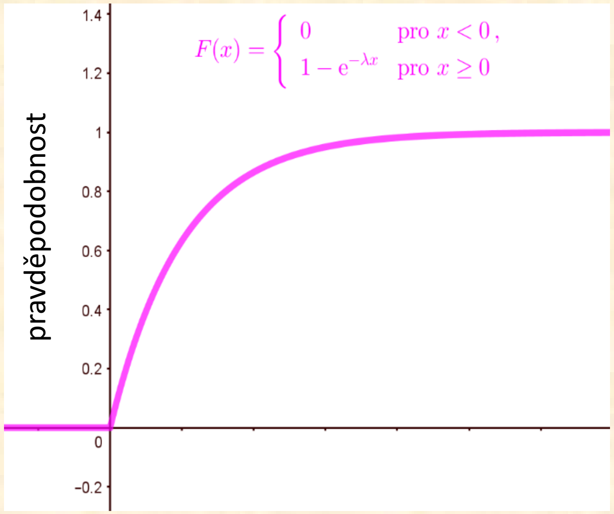
Zápis **X ~ Ex(λ)**

Parametr .... $\lambda = \dfrac{1}{\textit{průměrná doba čekání}}$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

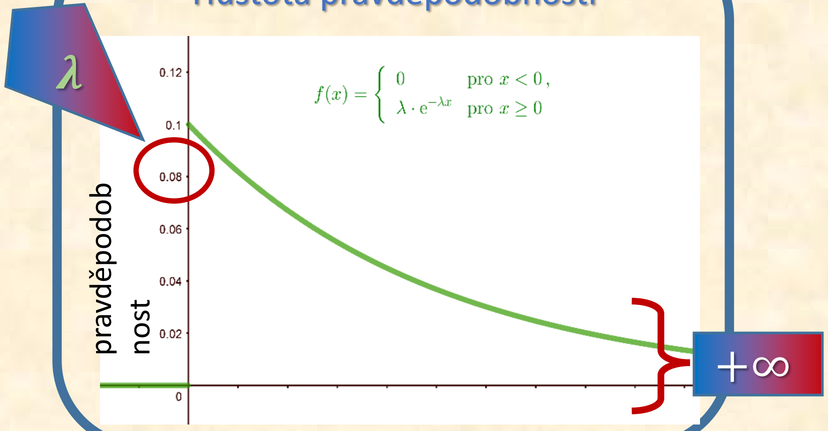
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

2. Exponenciální rozdělení: Popisuje **dobu čekání na** poissonovský jev. Tedy doba, než nastane náhodný jev s Poissonovým, tj. diskrétním, rozdělením pravděpodobnosti.

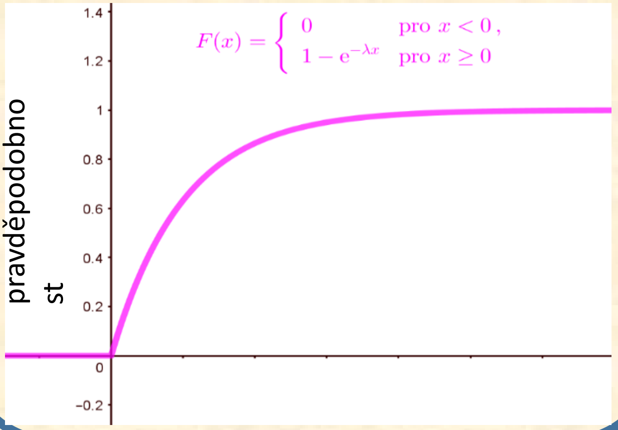
Zápis **X ~ Ex(λ)**

Parametr ………… $\lambda = \dfrac{1}{průměrná\ doba\ čekání}$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

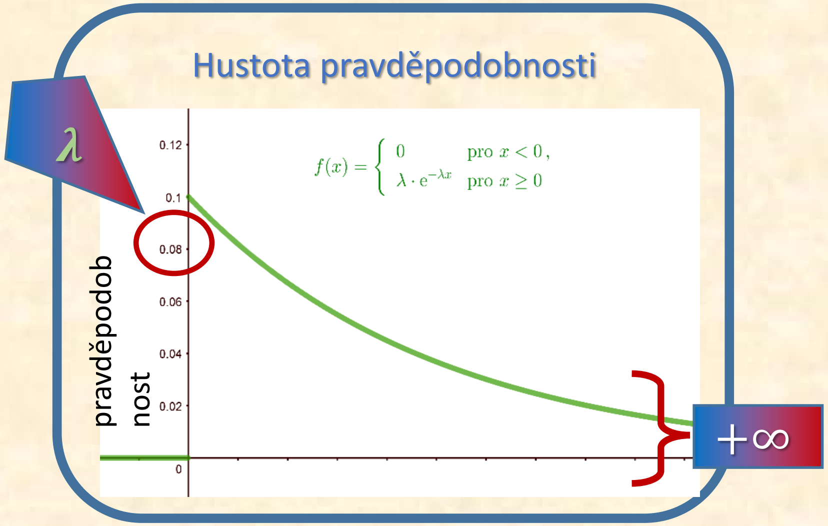
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

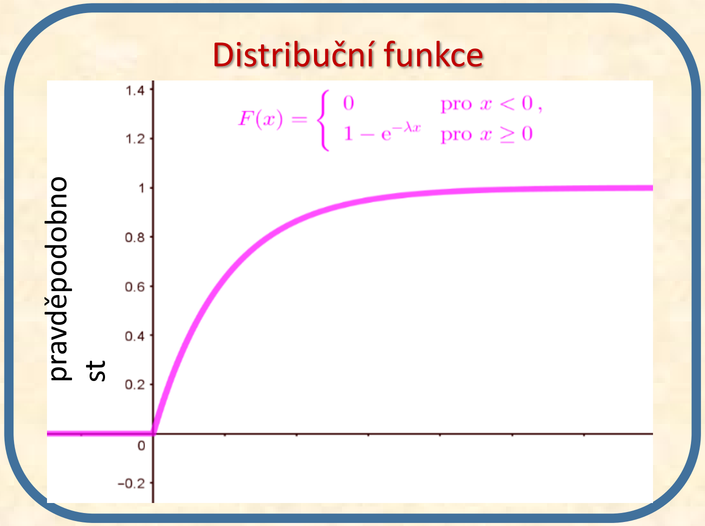
2. Exponenciální rozdělení:

Popisuje **dobu čekání na** poissonovský jev. Tedy doba, než nastane náhodný jev s Poissonovým, tj. diskrétním, rozdělením pravděpodobnosti.

Zápis $X \sim Ex(\lambda)$

Parametr .... $\lambda = \dfrac{1}{\textit{průměrná doba čekání}}$





Excel Expon.Dist(x ; λ ; NEPRAVDA) $= f(x)$

Expon.Dist(x ; λ ; PRAVDA) $= F(x) = P(X \leq x)$

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 3 minuty. Určete:

a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny, která je dána dobou čekání na pivo,

b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a

c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 3 minuty. Určete:

a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny, která je dána dobou čekání na pivo,

b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a

c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X .... doba čekání na číšníka. => $X \sim Ex(\frac{1}{3})$

Ad a)

Ad b)

Ad c)

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 3 minuty. Určete:

a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny, která je dána dobou čekání na pivo,

b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a

c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X .... doba čekání na číšníka. => X ~ Ex($\frac{1}{3}$)

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ \frac{1}{3}e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$

Ad b)

Ad c)

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 3 minuty. Určete:

a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny, která je dána dobou čekání na pivo,

b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a

c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X .... doba čekání na číšníka. => $X \sim Ex(\frac{1}{3})$

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12min)$

Ad c)

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení prav

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že
$F(-\infty) = 0$
$F(+\infty) = 1$

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrn

a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhod pivo,

b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a

c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X .... doba čekání na číšníka. => X ~ Ex($\frac{1}{3}$)

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12min)$

Ad c)

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravd

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že
$F(-\infty) = 0$
$F(+\infty) = 1$

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrn

a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhod pivo,

b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a

c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X .... doba čekání na číšníka. => $X \sim Ex(\frac{1}{3})$

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12min) = P(12min < X < \infty) = \int_{12}^{\infty} f(x)dx = F(\infty) - F(12) =$

$= 1 -$ Expon.Dist(12 ; 1/3 ; pravda)

Ad c)

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení prav

$$P(a < X \le b) = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že

$$F(-\infty) = 0$$
$$F(+\infty) = 1$$

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrn

a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodn pivo,

b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a

c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X .... doba čekání na číšníka. => X ~ Ex($\frac{1}{3}$)

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \ge 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \ge 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12min) = P(12min < X < \infty) = F(\infty) - F(12) =$

$= 1 -$ Expon.Dist(12 ; 1/3 ; pravda)

Ad c)

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení prav

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x)\,dx$$
$$= F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že
$F(-\infty) = 0$
$F(+\infty) = 1$

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrn

a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhod pivo,

b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a

c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X ……. doba čekání na číšníka. => $X \sim Ex(\frac{1}{3})$

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ \frac{1}{3}e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12min) = P(12min < X < \infty) = F(\infty) - F(12) =$

$= 1 -$ Expon.Dist(12 ; 1/3 ; pravda)

Ad c) $P(0 < X \leq x) = 90\%$

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravd

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrn

a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodn pivo,

b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a

c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

$$P(a < X \le b) = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že

$F(-\infty) = 0$

$F(+\infty) = 1$

Náhodná veličina X .... doba čekání na číšníka. => X ~ Ex($\frac{1}{3}$)

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \ge 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \ge 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12min) = P(12min < X < \infty) = F(\infty) - F(12) =$

$= 1 -$ Expon.Dist(12 ; 1/3 ; pravda)

Ad c) $P(0 < X \le x) = 90\%$

$P(0 < X \le x) = 0{,}9$

$F(x) - F(0) = 0{,}9$

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 3 minuty. Určete:

a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny, která je dána dobou čekání na pivo,

b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a

c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X .... doba čekání na číšníka. => $X \sim Ex(\frac{1}{3})$

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & pro\ x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & pro\ x \geq 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12min) = P(12min < X < \infty) = F(\infty) - F(12) =$

$= 1 -$ Expon.Dist(12 ; 1/3 ; pravda)

Ad c) $P(0 < X \leq x) = 90\%$

$P(0 < X \leq x) = 0{,}9$

$F(x) - F(0) = 0{,}9$

$F(x) - 0 = 0{,}9$

$F(x) = 0{,}9$

$1 - e^{-\frac{1}{3}x} = 0{,}9$ ..... atd. $x = 11$minut a 30sekund

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

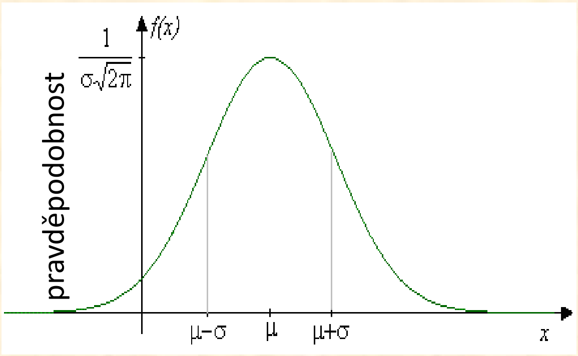
Zápis $X \sim N(\mu,\sigma)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

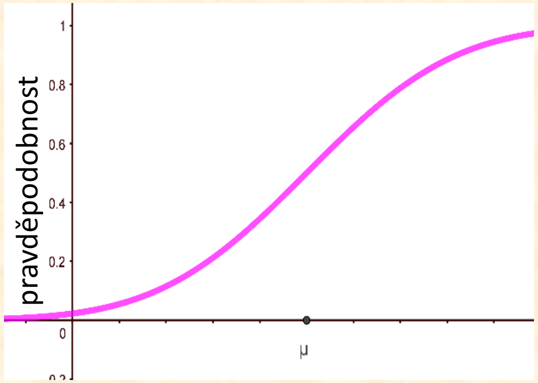
pro μ .... střední hodnotu a
σ .... směrodatnou odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) $= f(x)$
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) $= F(x) = P(X \leq x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

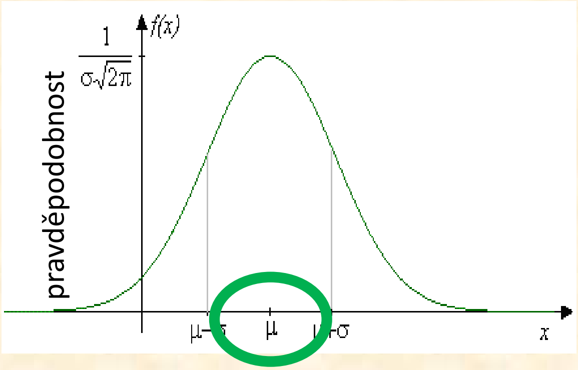
Nejčastější rozdělení SNV.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

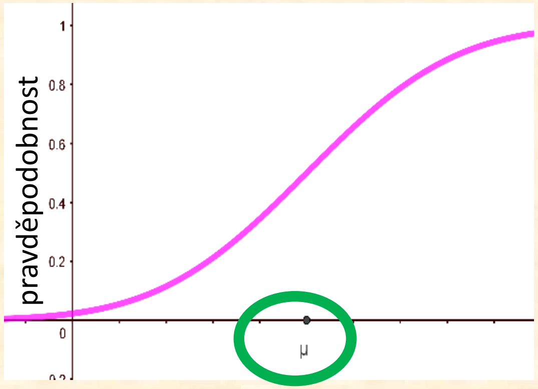
pro μ .... střední hodnotu a
σ .... směrodatnou odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) $= f(x)$
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) $= F(x) = P(X \leq x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

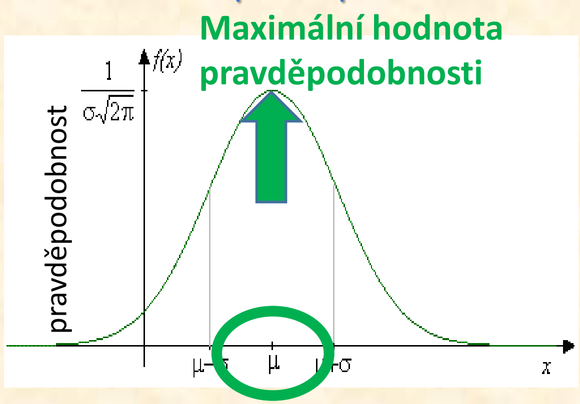
pro μ .... střední hodnotu a

σ .... směrodatnou odchylku

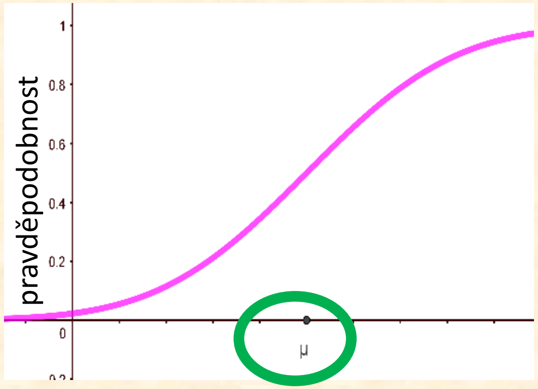
Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) $= f(x)$

Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) $= F(x) = P(X \le x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

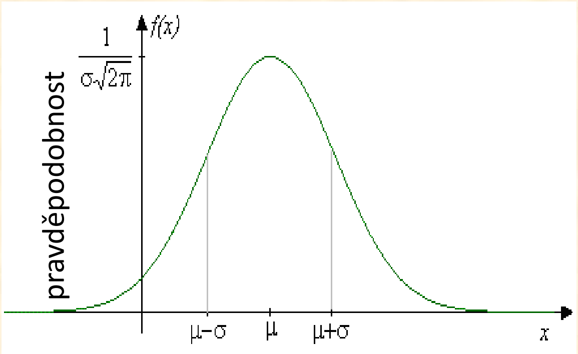
Nejčastější rozdělení SNV.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

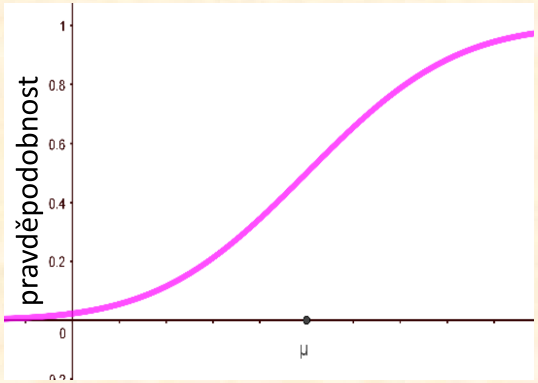
pro μ .... střední hodnotu a
σ .... směrodatnou odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) $= f(x)$
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) $= F(x) = P(X \leq x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

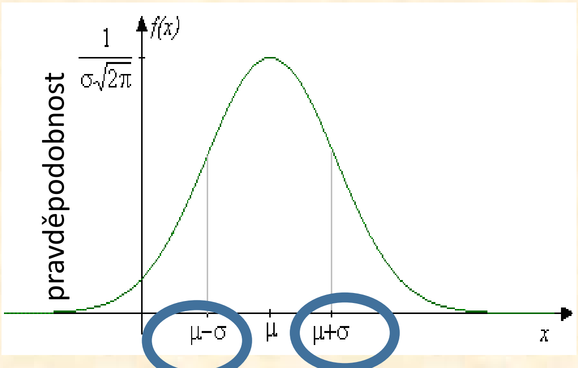
Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

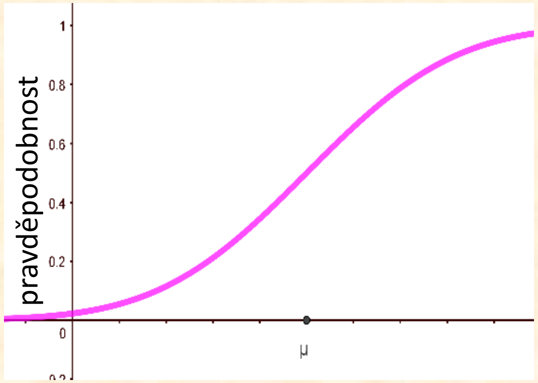
pro μ .... střední hodnotu a
σ .... směrodatnou odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) $= f(x)$
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) $= F(x) = P(X \leq x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

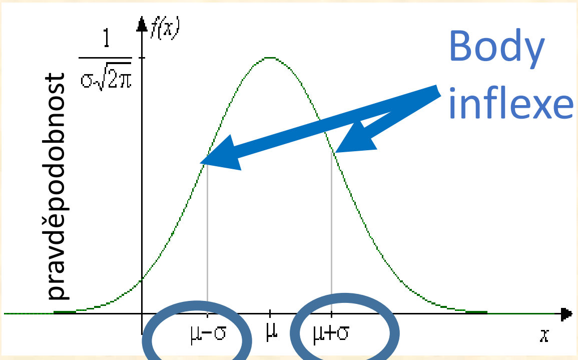
Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

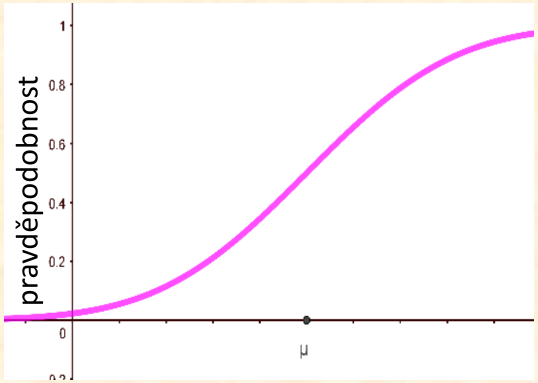
pro μ .... střední hodnotu a
σ .... směrodatnou odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) $= f(x)$
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) $= F(x) = P(X \le x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Zápis $\boxed{X \sim N(\mu,\sigma)}$

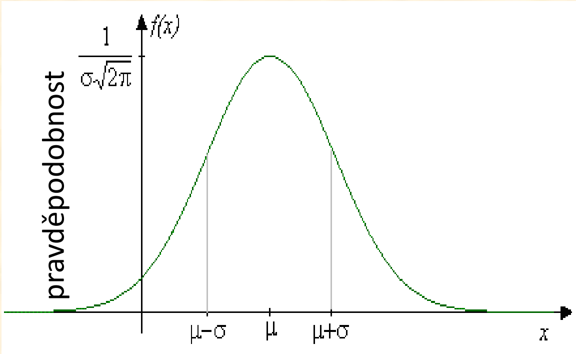
Nejčastější rozdělení SNV.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

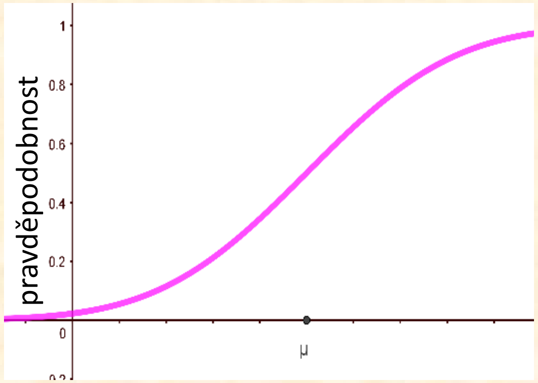
pro μ .... střední hodnotu a
σ .... směrodatnou odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) = f(x)
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) = F(x) = $P(X \le x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Zápis **X ~ N(μ,σ)**

Nejčastější rozdělení SNV.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$ pro $x \in (-\infty; +\infty)$

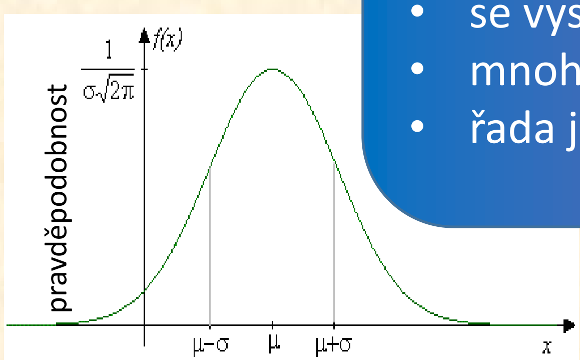
pro μ .... střední hodnotu a

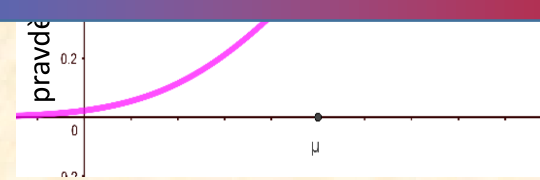
σ ... směrodatnou

Excel Norm.Dist

Norm.Dist

Hustota pravděp





Normální rozdělení bývá také označováno jako ***Gaussovo rozdělení*** (v anglicky psané literatuře nazývané *rozdělení zvonovitého tvaru* - bell curve).

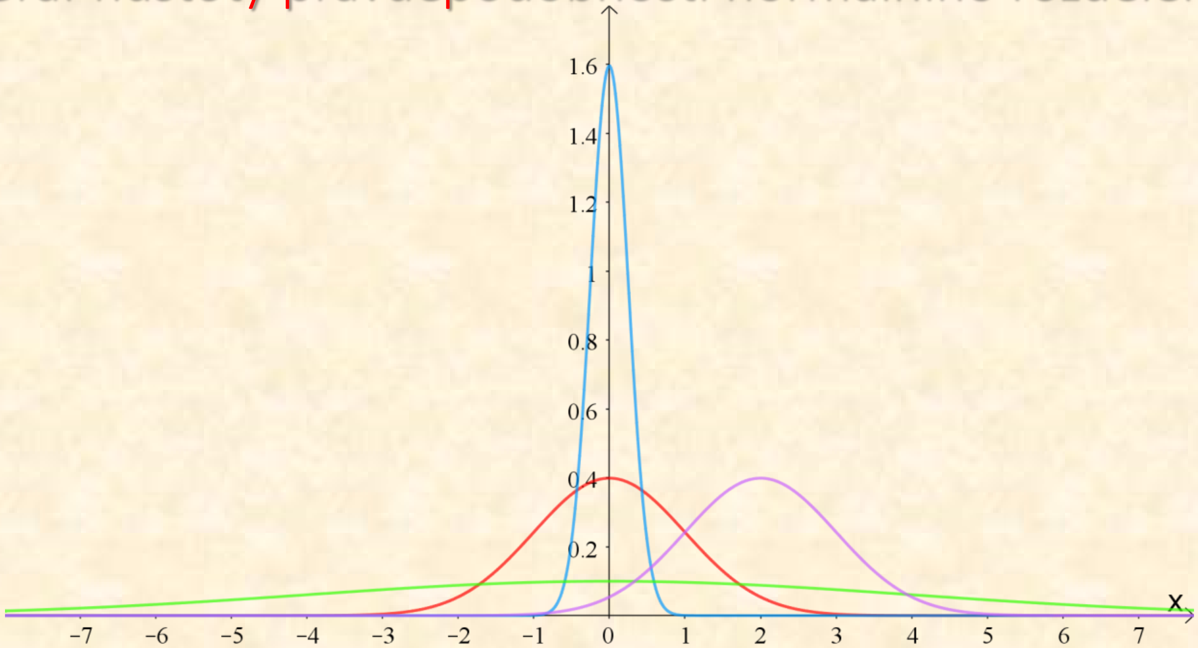
Je velmi důležité, neboť

- se vyskytuje nejčastěji,
- mnoho jiných rozdělení se mu blíží,
- řada jiných rozdělení se jím dá nahradit … atd.

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Graf hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení

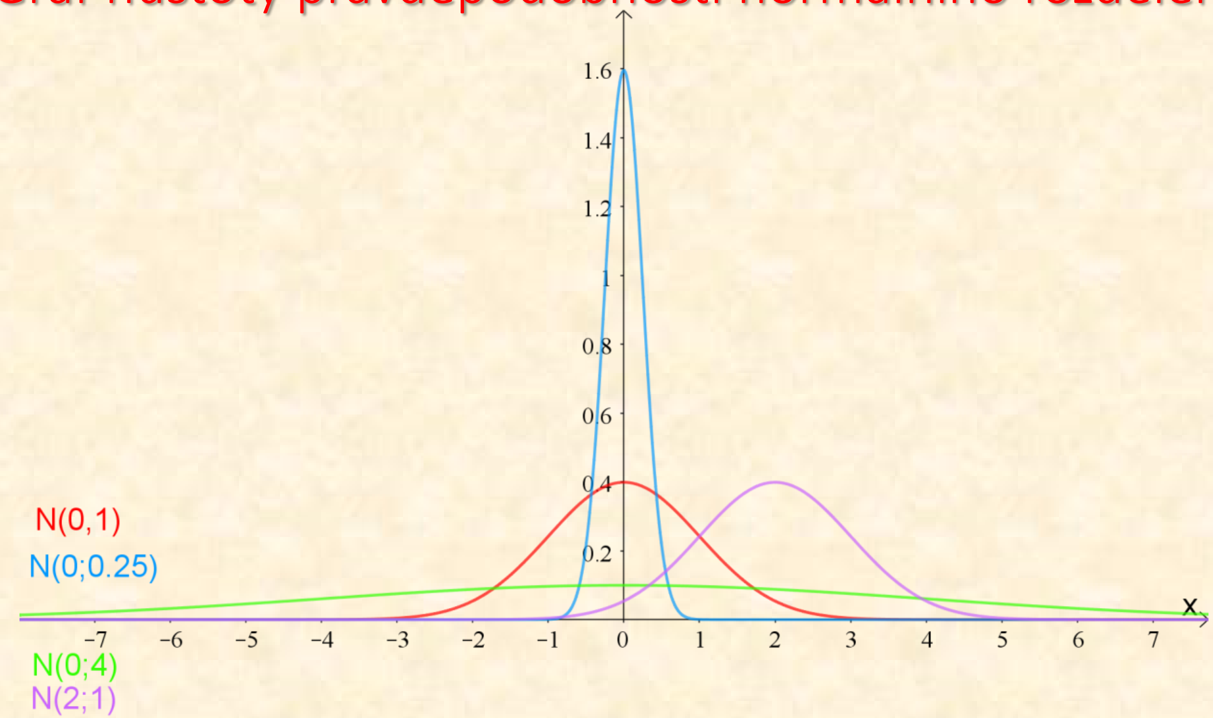


Úkol: Odhadněte, která křivka odpovídá kterým parametrům normálního rozdělení.

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Graf hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení



Přesná odpověď: uvedeno v popisku obrázku

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má normální rozdělení s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má **normální rozdělení** s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má **normální rozdělení** s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

střední hodnota

označujeme μ

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má **normální rozdělení** s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

rozptyl

označujeme σ^2

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má **normální rozdělení** s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má normální rozdělení s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Řešení:

Příprava:

- z rozptylu vypočteme směrodatnou odchylku: $\sigma = \sqrt{400} = 20$ a
- převedeme čas *2 hodiny* na *minuty*, tj. 2hod = 120min.

Výpočet

Závěr

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má normální rozdělení s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Řešení:

Příprava:

- z rozptylu vypočteme směrodatnou odchylku: $\sigma = \sqrt{400} = 20$ a
- převedeme čas *2 hodiny* na *minuty*, tj. 2hod = 120min.

Výpočet:

P(X ≤ 120) = F(120)

= NORM.DIST(120;105;20;PRAVDA) = 0,77

$\Downarrow$

Závěr

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má normální rozdělení s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Řešení:

Příprava:

- z rozptylu vypočteme směrodatnou odchylku: $\sigma = \sqrt{400} = 20$ a
- převedeme čas *2 hodiny* na *minuty*, tj. 2hod = 120min.

Výpočet:

$P(X \leq 120) = F(120)$

= NORM.DIST(120;105;20;PRAVDA) = 0,77

Závěr:

77% studentů dokončí test do dvou hodin od začátku písemky.

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou s = 0,5 cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou s = 0,5 cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Náhodná veličina X .... velikost chyby měření.

Trojnásobek směrodatné odchylky .... $3 \cdot \sigma = 3 \cdot 0{,}5 = 1{,}5\ cm$

$P(X \leq 1{,}5) =$

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou s = 0,5 cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Náhodná veličina X .... velikost chyby měření.

Trojnásobek směrodatné odchylky .... $3 \cdot \sigma = 3 \cdot 0{,}5 = 1{,}5\ cm$

$P(X \leq 1{,}5) = F(1{,}5) =$ Norm.dist(1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; pravda)

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou s = 0,5 cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Náhodná veličina X .... velikost chyby měření.

Trojnásobek směrodatné odchylky .... $3 \cdot \sigma = 3 \cdot 0{,}5 = 1{,}5\ cm$

$P(X \leq 1{,}5) = F(1{,}5) =$ Norm.dist(1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; pravda)

Stejné zadání ale jiná otázka:

Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí v absolutní hodnotě trojnásobek směrodatné odchylky?

Základy statistiky: Spojitá náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou s = 0,5 cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Náhodná veličina X .... velikost chyby měření.

Trojnásobek směrodatné odchylky .... $3 \cdot \sigma = 3 \cdot 0{,}5 = 1{,}5\ cm$

$P(X \leq 1{,}5) = F(1{,}5) =$ Norm.dist(1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; pravda)

Stejné zadání ale jiná otázka:

Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí v absolutní hodnotě trojnásobek směrodatné odchylky?

$P(-1{,}5 \leq X \leq 1{,}5) =$

$= F(1{,}5) - F(-1{,}5) =$

Základy statistiky: **Spojitá** náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou s = 0,5 cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Náhodná veličina X .... velikost chyby měření.

Trojnásobek směrodatné odchylky .... $3 \cdot \sigma = 3 \cdot 0{,}5 = 1{,}5\ cm$

$P(X \leq 1{,}5) = F(1{,}5) =$ Norm.dist(1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; pravda)

Stejné zadání ale jiná otázka:

Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí v absolutní hodnotě trojnásobek směrodatné odchylky?

$P(-1{,}5 \leq X \leq 1{,}5) =$

$= F(1{,}5) - F(-1{,}5) =$

= Norm.dist(1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; pravda) - Norm.dist(-1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; pravda)