

Pravidlo součinu

.

a zároveň

Kombinatorika

shrnutí č.2

Pravidlo součtu

+

NEBO

Permutace! záleží na pořadí, vybíráme (n) prvků z (n) prvků

bez opakování $P(n) = n!$

včetně opakování $P_{n_1 n_2 \dots}^*(n) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \dots}$

Variace záleží na pořadí, vybíráme (k) prvků z (n) prvků, $k \leq n$

bez opakování $V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!}$

včetně opakování $V_k^*(n) = n^k$

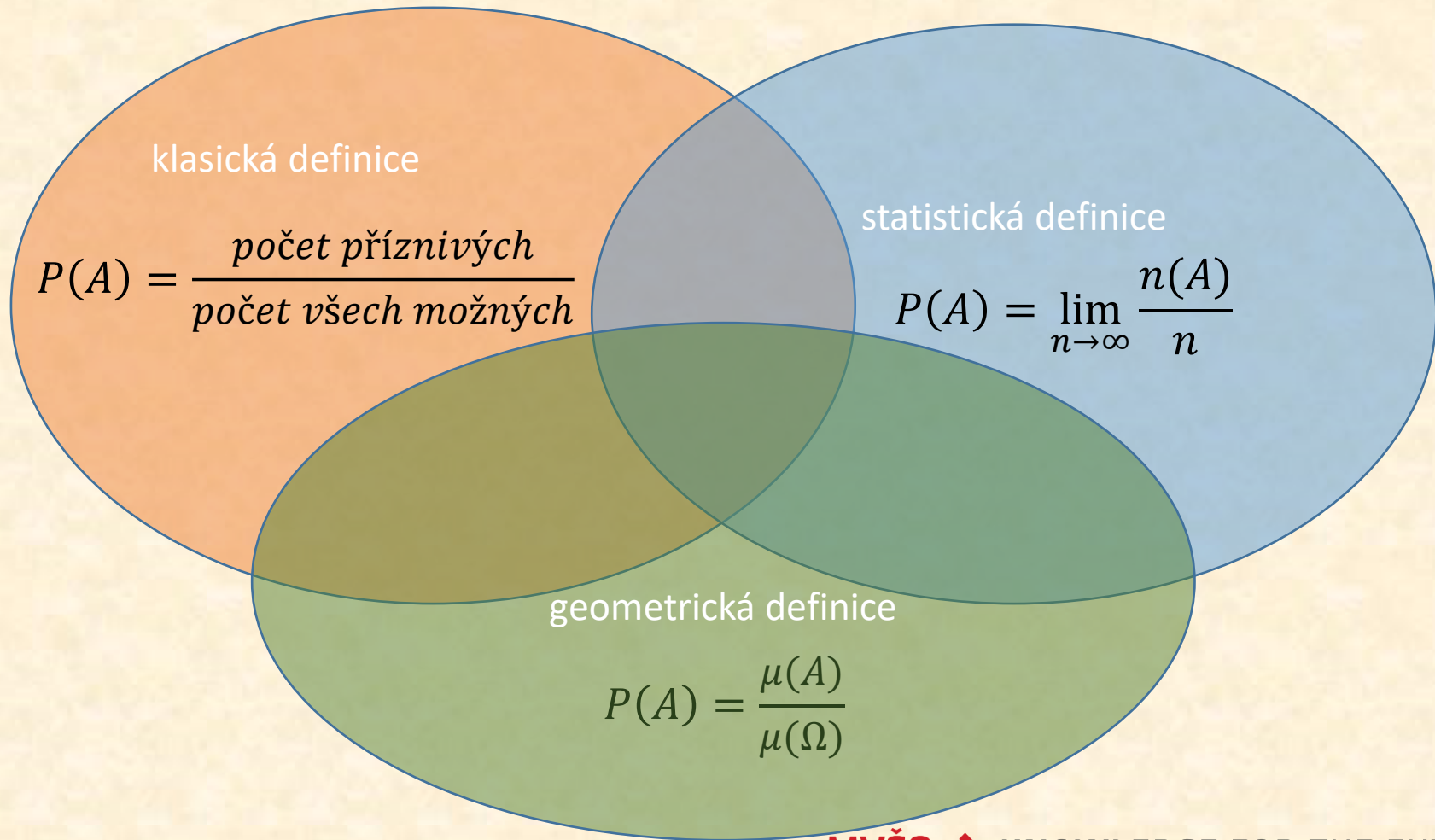
Kombinace nezáleží na pořadí, vybíráme (k) prvků z (n) prvků,

bez opakování $C_k(n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

včetně opakování $C_k^*(n) = \binom{n+k-1}{k}$

Pravděpodobnost

3 definice jeden význam



Pravděpodobnost

3 definice jeden význam

Axiomy pravděpodobnosti (Andrej Nikolajevič Kolmogorov , 1933)

Definuje pojem pravděpodobnosti a její vlastnosti, neudává však žádný návod k jejímu stanovení.

1. Pravděpodobnost každého jevu A je reálné číslo **mezi 0 a 1** (včetně).
2. Pravděpodobnost jevu **jistého** je rovna **1**.
3. Pravděpodobnost, že nastane některý z navzájem se vylučujících jevů, je rovna **součtu jejich pravděpodobností**.

Pravděpodobnost vlastnosti

1. $P(A') = 1 - P(A)$

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

➤ pokud jsou A, B **disjunktní** jevy, potom je vzorec jednodušší

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Disjunktní jevy

Průnik jevů A a B



NEBO

3. $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$

➤ pokud jsou A, B **nezávislé** jevy, potom je vzorec jednodušší

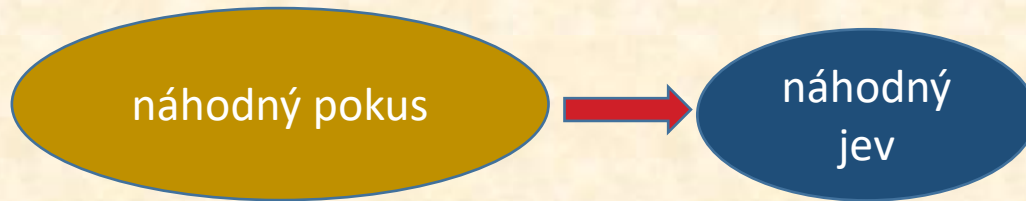
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

a zároveň

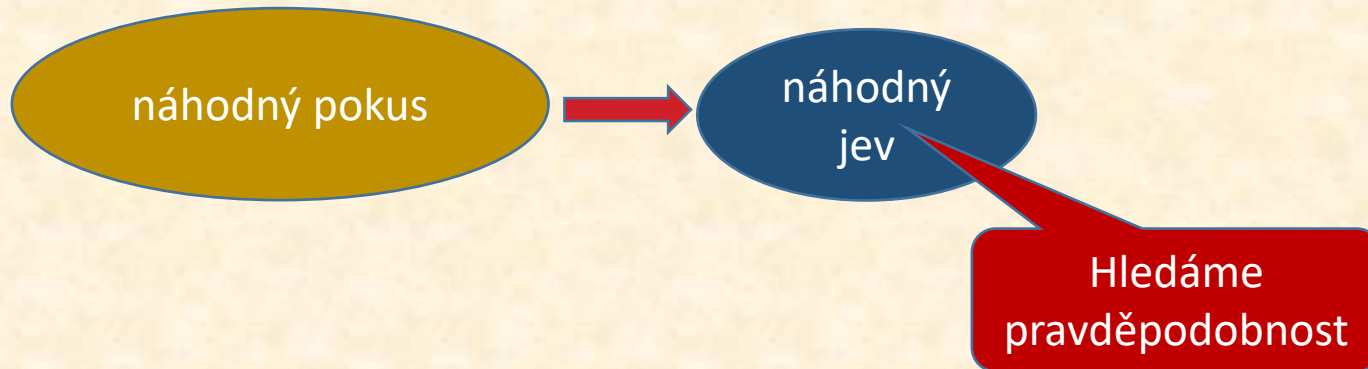
Pravděpodobnost opakované pokusy

náhodný pokus

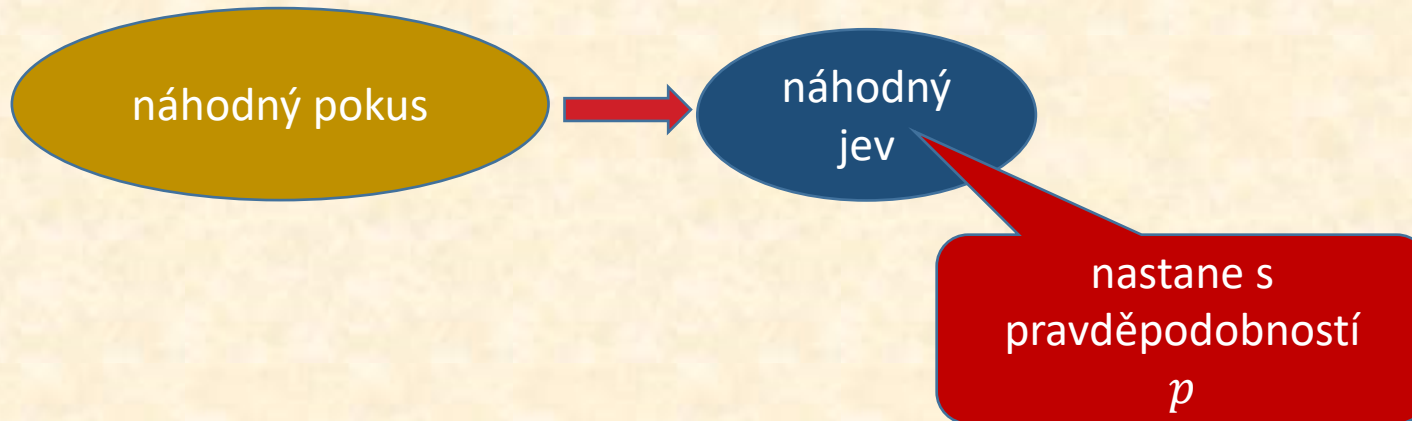
Pravděpodobnost opakované pokusy



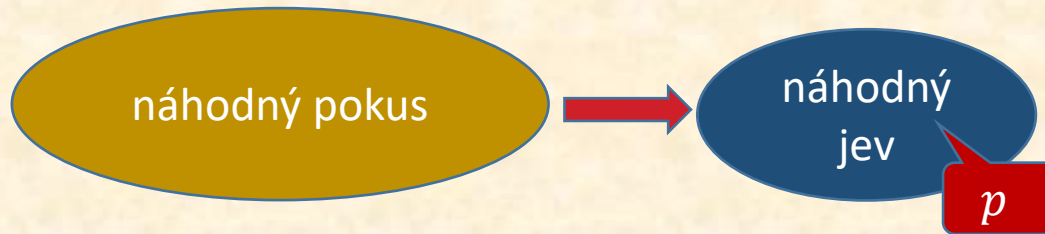
Pravděpodobnost opakované pokusy



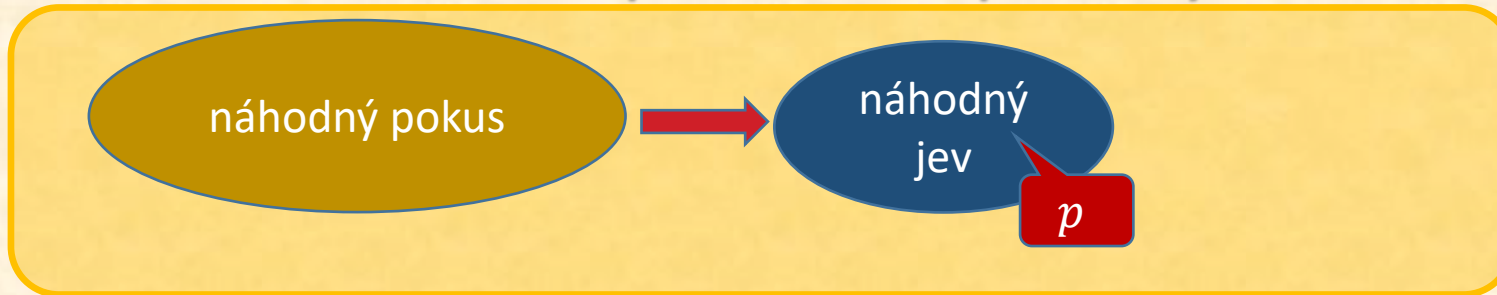
Pravděpodobnost opakované pokusy



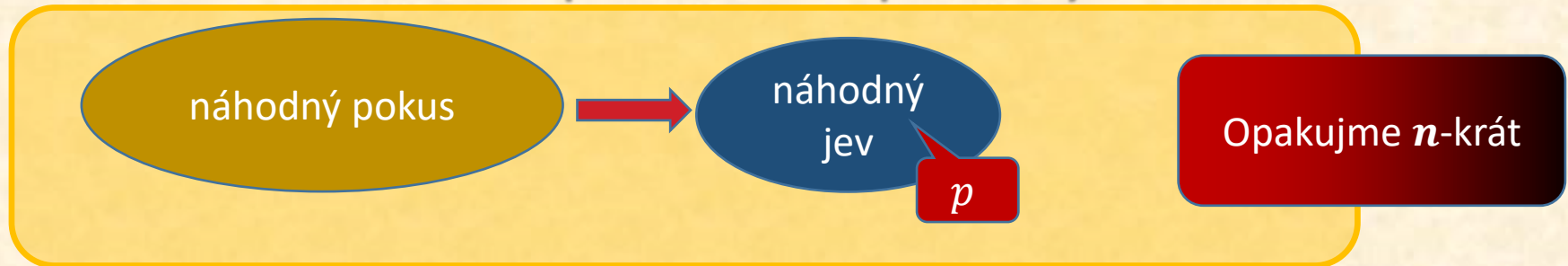
Pravděpodobnost opakované pokusy



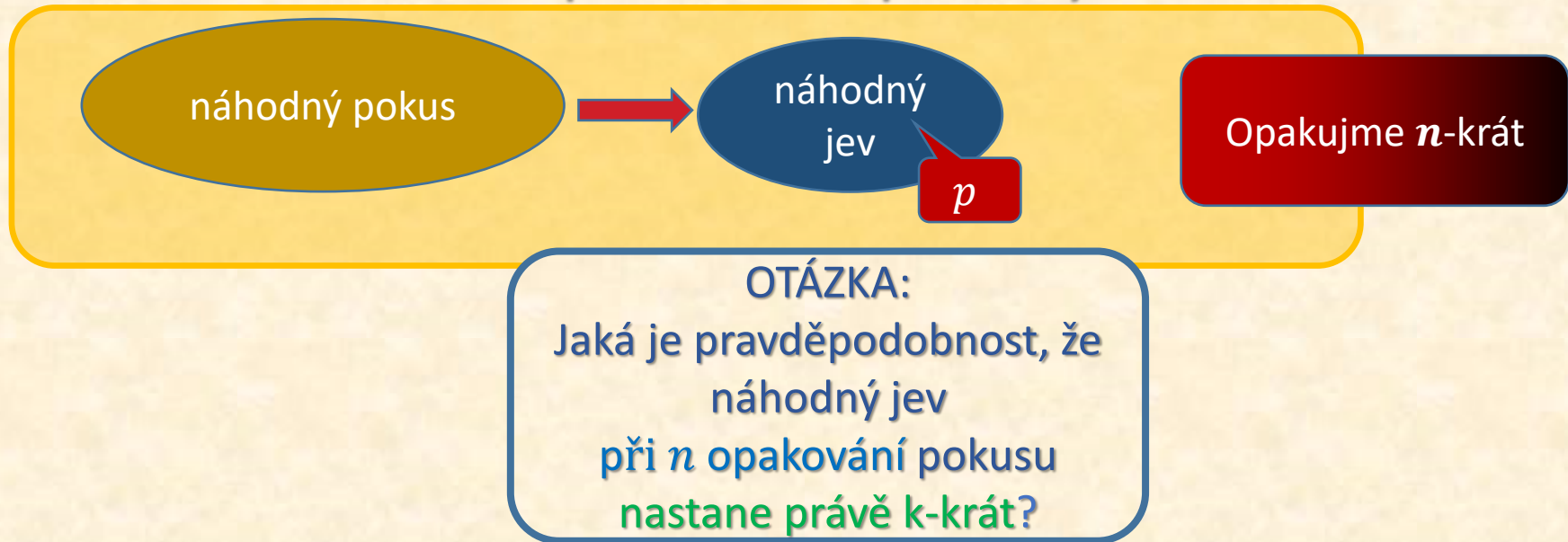
Pravděpodobnost opakované pokusy



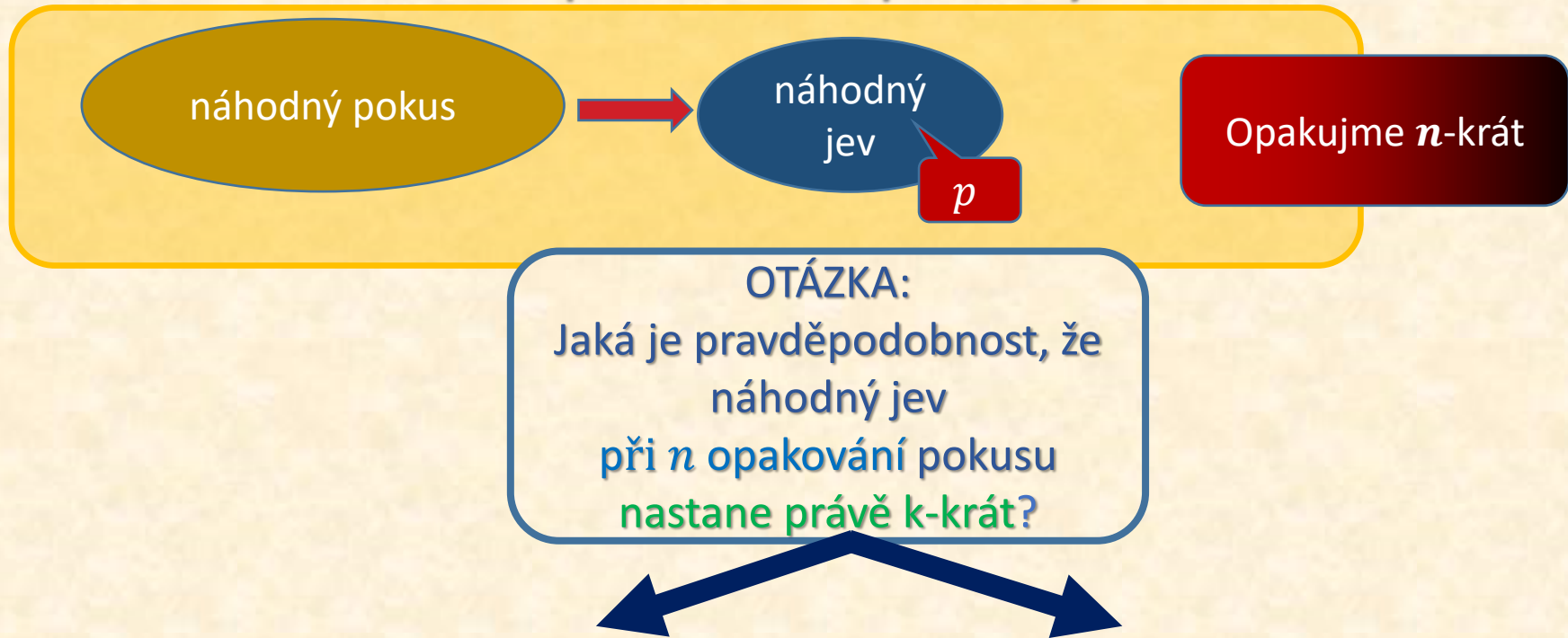
Pravděpodobnost opakované pokusy



Pravděpodobnost opakované pokusy



Pravděpodobnost opakované pokusy



Pravděpodobnost opakované pokusy



Pravděpodobnost opakované pokusy



Pravděpodobnost opakované pokusy



Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

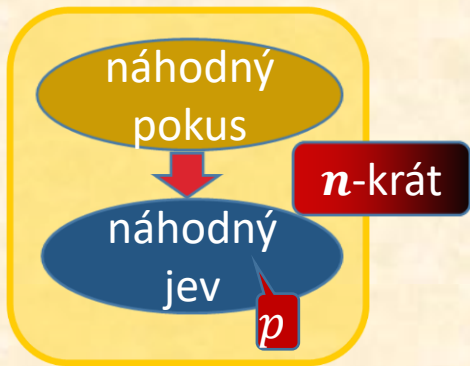
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakovaně volíme něco, čeho
neubývá z nabídky

opakované
závislé pokusy

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není



Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

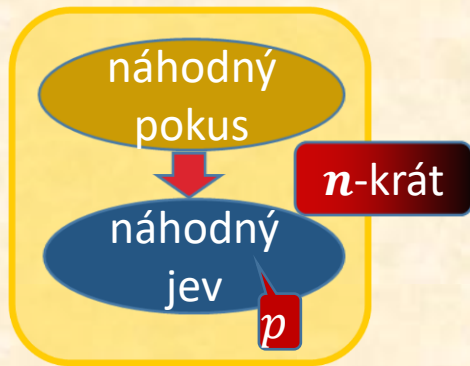
opakované **nezávislé** pokusy

opakovaně volíme něco, čeho neubývá z nabídky

opakované **závislé** pokusy

při každé volbě z nabídky jeden prvek vybereme a v nabídce už není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

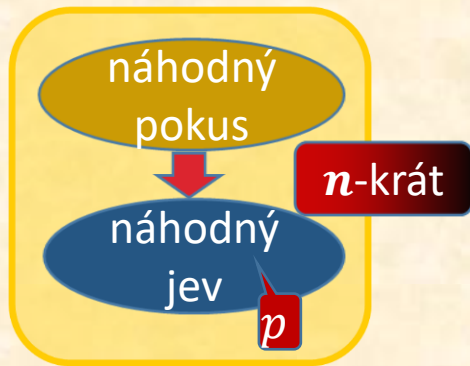
opakované **nezávislé** pokusy

opakované **závislé** pokusy

Jev nastane $P(A) = p$
Jev nastane neubývá z nabídky
Jev nastane při n opakováních právě k -krát
 $P(A_k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$
nastane k -krát nenastane $(n-k)$ -krát

při každé volbě z nabídky jeden prvek vybereme a v nabídce už není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

opakované **nezávislé** pokusy

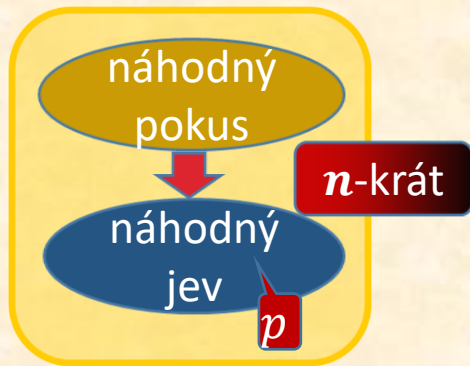
opakované **závislé** pokusy

Jev nastane $P(A) = p$
Jev nenastane $P(\mathbf{ne}A) = \mathbf{1} - p$

Jev nastane při n opakováních právě k -krát
 $P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p \cdot p \cdot \dots \cdot p \cdot (1-p) \cdot (1-p) \cdot \dots \cdot (1-p)$
nastane k -krát nenastane $(n-k)$ -krát

při každé volbě z nabídky jeden prvek vybereme a v nabídce už není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

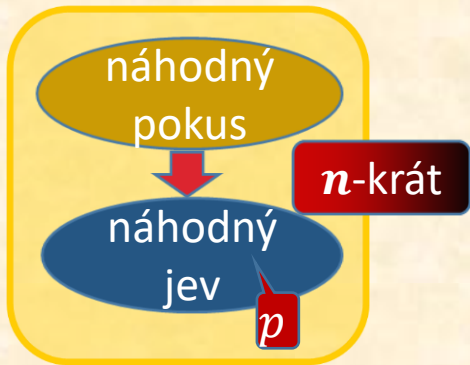
Jev nastane $P(A) = p$
Jev nenastane $P(\text{ne}A) = 1 - p$

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

opakované **nezávislé** pokusy

opakované **závislé** pokusy

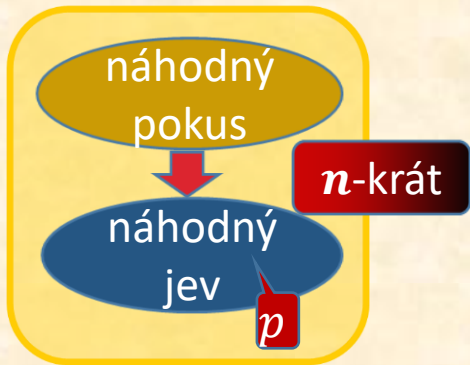
Jev nastane $P(A) = p$
Jev nenastane $P(\text{ne}A) = 1 - p$

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$P(A_k) = \binom{n}{k} \underbrace{p^k (1-p)^{n-k}}_{\text{nastane } k\text{-krát}}$

při každé volbě z nabídky jeden prvek vybereme a v nabídce už není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

opakované **nezávislé** pokusy

opakované **závislé** pokusy

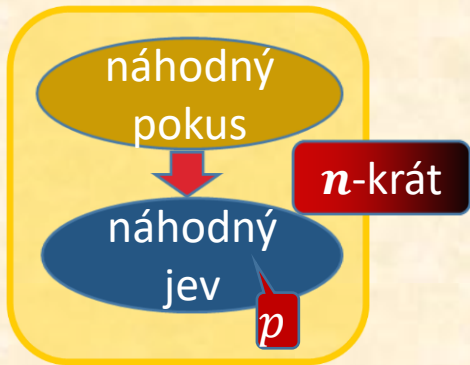
Jev nastane $P(A) = p$
Jev nenastane $P(\text{ne}A) = 1 - p$

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \underbrace{p^k}_{\text{nastane } k\text{-krát}} \underbrace{(1-p)^{n-k}}_{\text{nenastane } (n-k)\text{-krát}}$$

při každé volbě z nabídky jeden prvek vybereme a v nabídce už není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

opakované **nezávislé** pokusy

opakované **závislé** pokusy

Jev nastane $P(A) = p$
Jev nenastane $P(\text{ne}A) = 1 - p$

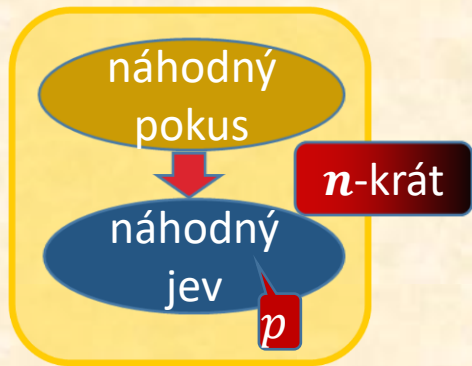
Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \underbrace{p \cdot p \cdots p}_k \underbrace{(1-p) \cdots (1-p)}_{n-k}$$

nastane k -krát nenastane $(n-k)$ -krát

při každé volbě z nabídky jeden prvek vybereme a v nabídce už není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane $P(A) = p$
Jev nenastane $P(\text{ne}A) = 1 - p$

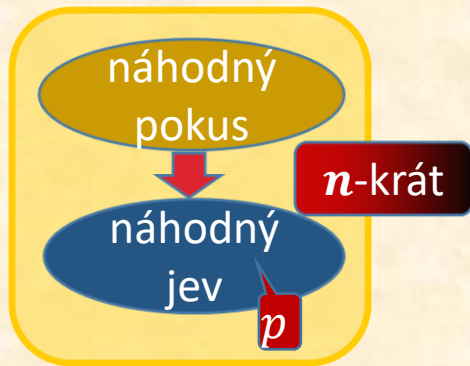
Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \underbrace{p \cdot p \cdots p}_k \cdot \underbrace{(1 - p) \cdots (1 - p)}_{n-k}$$

nastane k -krát nenastane $(n-k)$ -krát

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

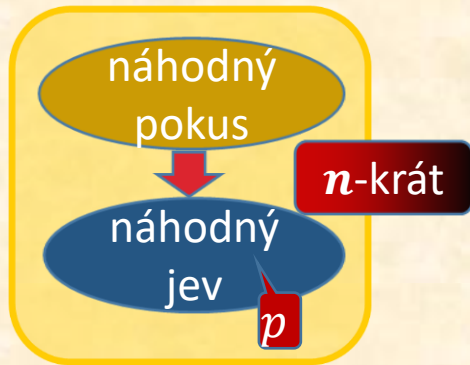
Jev nastane $P(A) = p$
Jev nenastane $P(\text{ne}A) = 1 - p$

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot \underbrace{p \cdot p \cdots p}_{\text{nastane } k\text{-krát}} \cdot \underbrace{(1 - p) \cdots (1 - p)}_{\text{nenastane } (n-k)\text{-krát}}$$

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

opakované nezávislé pokusy

opakované závislé pokusy

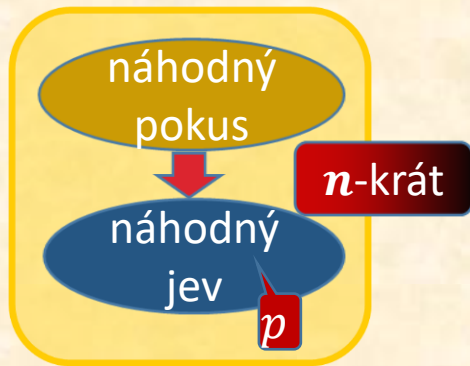
Jev nastane $P(A) = p$
Jev nenastane $P(\text{ne}A) = 1 - p$

Jev nastane při n opakování právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot \underbrace{p^k}_{\text{nastane } k\text{-krát}} \cdot \underbrace{(1-p) \cdots (1-p)}_{\text{nenastane } (n-k)\text{-krát}}$$

při každé volbě z nabídky jeden prvek vybereme a v nabídce už není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

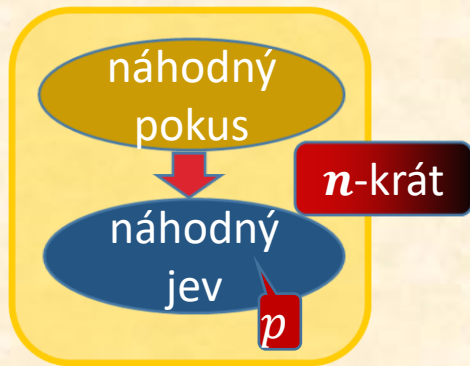
Jev nastane $P(A) = p$
Jev nenastane $P(\text{ne}A) = 1 - p$

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot \underbrace{p^k}_{\text{nastane } k\text{-krát}} \cdot \underbrace{(1-p)^{n-k}}_{\text{nenastane } (n-k)\text{-krát}}$$

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

Pravděpodobnost opakované pokusy



OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

opakované
závislé pokusy

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

opakované
závislé pokusy

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

Příklad Určete
pravděpodobnost,
že při **10ti hodech**
kostkou padne 6ka
právě **2krát**.

$$P(6) = 1/6$$

opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

opakované
závislé pokusy

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

$$P(A_2) = \binom{10}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{10-2}$$
$$= 45 \cdot \frac{1}{36} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^8 = 29\%$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

Příklad Určete
pravděpodobnost,
že při **10ti hodech**
kostkou padne 6ka
právě **2krát**.

$$P(A) = 1/6$$

opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

opakované
závislé pokusy

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

$$\begin{aligned} P(A_2) &= \binom{10}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{10-2} \\ &= 45 \cdot \frac{1}{36} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^8 = 29\% \end{aligned}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

Příklad Určete
pravděpodobnost,
že při **10ti hodech**
kostkou padne 6ka
právě **2krát**.

$$P(A) = 1/6$$

opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(A_2) = \binom{10}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{10-2}$$

$$= 45 \cdot \frac{1}{36} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^8 = 29\%$$

opakované
závislé pokusy

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

Příklad Určete
pravděpodobnost,
že při **10ti hodech**
kostkou padne 6ka
právě **2krát**.

$$P(A) = 1/6$$

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

$$\begin{aligned} P(A_2) &= \binom{10}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{10-2} \\ &= 45 \cdot \frac{1}{36} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^8 \doteq \mathbf{29\%} \end{aligned}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

opakované
závislé pokusy

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

opakované
závislé pokusy

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

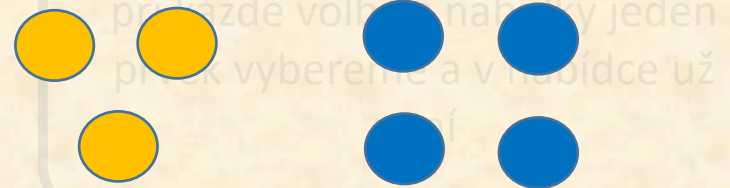
opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

opakované
závislé pokusy

Opakovaně
losujeme z osudí
a vylosované
žetony si
necháváme



Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Opakovaně
losujeme z osudí
a vylosované
žetony si
necháváme



žlutý v 1. tahu

$$P(\text{Ž1}) = \frac{3}{7}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

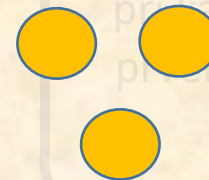
opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

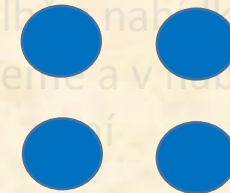
$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Opakovaně
losujeme z osudí
a vylosované
žetony si
necháváme



žlutý v 1. tahu

$$P(\mathbf{\check{Z}1}) = \frac{3}{7}$$



modrý v 1. tahu

$$P(\mathbf{M1}) = \frac{4}{7}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

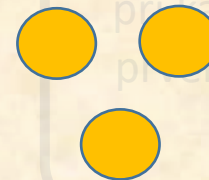
opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

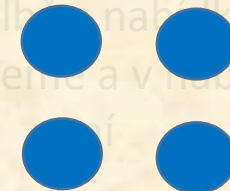
Opakovaně
losujeme z osudí
a vylosované
žetony si
necháváme



žlutý v 1. tahu

$$P(\mathbf{Ž1}) = \frac{3}{7}$$

Pravděpodobnost žlutý v 2. tahu



modrý v 1. tahu

$$P(\mathbf{M1}) = \frac{4}{7}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

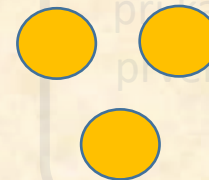
opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Opakovaně
losujeme z osudí
a vylosované
žetony si
necháváme

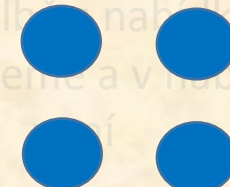


žlutý v 1. tahu

$$P(\mathbf{\check{Z}}1) = \frac{3}{7}$$

Pravděpodobnost žlutý v 2. tahu

bud' $\check{Z}1$ a $\check{Z}2$ nebo $M1$ a $\check{Z}2$



modrý v 1. tahu

$$P(\mathbf{M}1) = \frac{4}{7}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

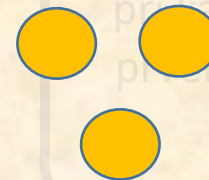
opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

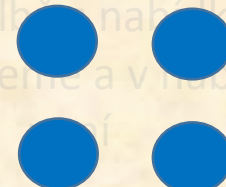
$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Opakovaně
losujeme z osudí
a vylosované
žetony si
necháváme



žlutý v 1. tahu

$$P(\mathbf{\check{Z}1}) = \frac{3}{7}$$



modrý v 1. tahu

$$P(\mathbf{M1}) = \frac{4}{7}$$

Pravděpodobnost žlutý v 2. tahu

bud' $\check{Z}1$ a $\check{Z}2$ nebo $M1$ a $\check{Z}2$

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

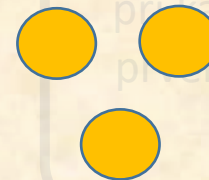
opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

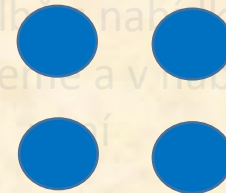
Opakovaně
losujeme z osudí
a vylosované
žetony si
necháváme



žlutý v 1. tahu

$$P(\mathbf{\check{Z}1}) = \frac{3}{7}$$

Pravděpodobnost žlutý 2x v 5ti tazích



modrý v 1. tahu

$$P(\mathbf{M1}) = \frac{4}{7}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

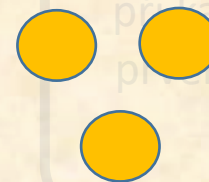
opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

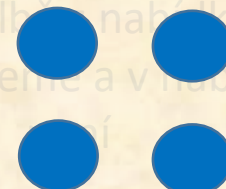
$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Opakovaně
losujeme z osudí
a vylosované
žetony si
necháváme



žlutý v 1. tahu

$$P(\mathbf{\check{Z}1}) = \frac{3}{7}$$



modrý v 1. tahu

$$P(\mathbf{M1}) = \frac{4}{7}$$

Pravděpodobnost žlutý 2x v 5ti tazích

bud' $\check{Z}1, \check{Z}2, M3, M4, M5$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

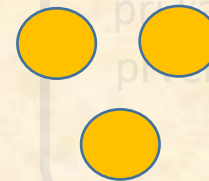
opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

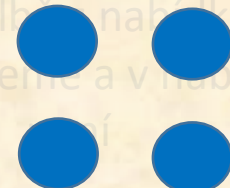
$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Opakovaně
losujeme z osudí
a vylosované
žetony si
necháváme



žlutý v 1. tahu

$$P(\mathbf{\check{Z}1}) = \frac{3}{7}$$



modrý v 1. tahu

$$P(\mathbf{M1}) = \frac{4}{7}$$

Pravděpodobnost žlutý 2x v 5ti tazích

bud' $\check{Z}1, \check{Z}2, M3, M4, M5$

nebo $\check{Z}1, M2, \check{Z}3, M4, M5$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

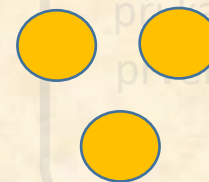
opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

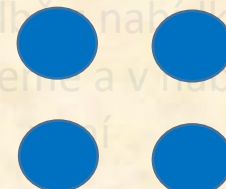
$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Opakovaně
losujeme z osudí
a vylosované
žetony si
necháváme



žlutý v 1. tahu

$$P(\mathbf{Ž1}) = \frac{3}{7}$$



modrý v 1. tahu

$$P(\mathbf{M1}) = \frac{4}{7}$$

Pravděpodobnost žlutý 2x v 5ti tazích

bud' $\mathbf{Ž1, Ž2, M3, M4, M5}$

nebo $\mathbf{Ž1, M2, Ž3, M4, M5}$

nebo $\mathbf{Ž1, M2, M3, Ž4, M5, \dots, atd}$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

při každé volbě z nabídky jeden
prvek vybereme a v nabídce už
není

$$P(A_k) = \frac{\binom{N}{k} \cdot \binom{N-k}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

$$P(A_k) = \frac{\binom{N}{k} \cdot \binom{N-k}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

M počet prvků z N se sledovanou vlastností

k počet vybraných, které mají mít sledovanou vlastnost

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

M počet prvků z N se sledovanou vlastností

k počet vybraných, které mají mít sledovanou vlastnost

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

opakované
závislé pokusy

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

M počet prvků z N se sledovanou vlastností

k počet vybraných, které mají mít sledovanou vlastnost

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Příklad V osudí je 40 žetonů modrých a 35 žlutých. Jaká je pravděpodobnost, že si ve 40ti tazích vytáhneme **8 žlutých?**

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování
$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

N celkový počet prvků v nabídce
 n počet opakování pokusu
 M počet prvků z N se sledovanou vlastností
 k počet vybraných, které mají mít sledovanou vlastnost

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Příklad V osudí je 40 žetonů modrých a 35 žlutých. Jaká je pravděpodobnost, že si ve 40ti tazích vytáhneme **8 žlutých?**

celkem $N=40+35=75$ ks

modrých je $M=35$ ks

vybráme $n=40$ ks

z nich má být $k=15$ ks žlutých

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování
 $P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

N celkový počet prvků v nabídce
 n počet opakování pokusu
 M počet prvků z N se sledovanou vlastností
 k počet vybraných, které mají mít sledovanou vlastnost

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Příklad V osudí je 40 žetonů modrých a 35 žlutých. Jaká je pravděpodobnost, že si ve 40ti tazích vytáhneme **8 žlutých?**

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

celkem $N=40+35=75$ ks žlutých je $M=35$

vybráme $n=40$ ks z nich má být $k=8$ ks žlutých

opakované **nezávislé** pokusy

opakované **závislé** pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

M počet prvků z N se sledovanou vlastností

k počet vybraných, které mají mít sledovanou vlastnost

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Příklad V osudí je 40 žetonů modrých a 35 žlutých. Jaká je pravděpodobnost, že si ve 40ti tazích vytáhneme **8 žlutých?**

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

celkem $N=40+35=75$ ks žlutých je $M=35$ vybíráme $n=40$ ks

z nich má být $k=8$ ks žlutých

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

M počet prvků z N se sledovanou vlastností

k počet vybraných, které mají mít sledovanou vlastnost

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Příklad V osudí je 40 žetonů modrých a 35 žlutých. Jaká je pravděpodobnost, že si ve 40ti tazích vytáhneme **8 žlutých?**

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

celkem $N=40+35=75$ ks žlutých je $M=35$ vybíráme $n=40$ ks z nich má být $k=15$ ks žlutých

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

M počet prvků z N se sledovanou vlastností

k počet vybraných, které mají mít sledovanou vlastnost

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Příklad V osudí je 40 žetonů modrých a 35 žlutých. Jaká je pravděpodobnost, že si ve 40ti tazích vytáhneme **8 žlutých?**

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

celkem $N=40+35=75$ ks žlutých je $M=35$ vybíráme $n=40$ ks z nich má být $k=15$ ks žlutých

opakované **nezávislé** pokusy

opakované **závislé** pokusy

Jev nastane při n opakování
 $P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

N celkový počet prvků v nabídce
 n počet opakování pokusu
 M počet prvků z N se sledovanou vlastností
 k počet vybraných, které mají mít sledovanou vlastnost

$$P(A_{15}) = \frac{\binom{35}{15} \cdot \binom{75-35}{40-15}}{\binom{75}{40}} \quad P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

KNOWLEDGE FOR THE FUTURE

Pravděpodobnost opakované pokusy

Příklad V osudí je 40 žetonů modrých a 35 žlutých. Jaká je pravděpodobnost, že si ve 40ti tazích vytáhneme **8 žlutých?**

OTÁZKA:
Jaká je pravděpodobnost, že náhodný jev při n opakování pokusu nastane právě k -krát?

celkem $N=40+35=75$ ks žlutých je $M=35$ vybíráme $n=40$ ks z nich má být $k=15$ ks žlutých

opakované
nezávislé pokusy

opakované
závislé pokusy

Jev nastane při n opakování

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

M počet prvků z N se sledovanou vlastností

k počet vybraných, které mají mít sledovanou vlastnost

$$P(A_{15}) \doteq 4,5\%$$

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

opakované
závislé pokusy

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

M počet prvků z N se sledovanou
vlastností

k počet vybraných, které mají mít
sledovanou vlastnost

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

OTÁZKA:

Jaká je pravděpodobnost, že
náhodný jev
při n opakování pokusu
nastane právě k -krát?

opakované
nezávislé pokusy

Jev nastane při n opakováních právě k -krát

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

opakované
závislé pokusy

N celkový počet prvků v nabídce

n počet opakování pokusu

M počet prvků z N se sledovanou
vlastností

k počet vybraných, které mají mít
sledovanou vlastnost

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Nezávislé pokusy

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Závislé pokusy

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Příklad 1: Sportovní střelec zasáhne cíl při každém výstřelu s pravděpodobností $p = 0,8$. Vypočtete pravděpodobnost, že při **5 výstřelech** budou v cíli

- a) právě **2 zásahy**,
- b) nejvýše jeden zásah,
- c) alespoň 2 zásahy.

Příklad 2: Pravděpodobnost výhry hráče je **0,6**. Určete, jaký je nejpravděpodobnější počet výher hráče **v deseti** odehraných **partiích**.

Příklad 3: Ve skupině 24 výrobků je 5 od českého výrobce, 6 od slovenského výrobce a ostatní pochází odjinud. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 12ti vybranými výrobky nepochází žádný od českého výrobce?

Příklad 4: Písemná zkouška z matematiky obsahuje 5 příkladů. Pravděpodobnost úspěšného vyřešení jednoho příkladu je **0,75**. Určete, jaká je pravděpodobnost, že student uspěje, stačí-li, aby spočítal **aspoň 3 příklady**.

Nezávislé pokusy

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Závislé pokusy

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Příklad 1: Sportovní střelec zasáhne cíl při každém výstřelu s pravděpodobností $p = 0,8$.

Vypočtete pravděpodobnost, že při **5 výstřelech** budou v cíli

a) právě **2 zásahy**, $P(A_2) = \binom{5}{2} \cdot 0,8^2 \cdot (1-0,8)^{5-2} = 0.0512 = 5,1\%$

b) nejvýše jeden zásah,

c) alespoň 2 zásahy.

Příklad 2: Pravděpodobnost výhry hráče je **0,6**. Určete, jaký je nejpravděpodobnější počet výher hráče **v deseti** odehraných **partiích**.

Příklad 3: Ve skupině 24 výrobků je 5 od českého výrobce, 6 od slovenského výrobce a ostatní pochází odjinud. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 12ti vybranými výrobky nepochází žádný od českého výrobce?

Příklad 4: Písemná zkouška z matematiky obsahuje 5 příkladů. Pravděpodobnost úspěšného vyřešení jednoho příkladu je **0,75**. Určete, jaká je pravděpodobnost, že student uspěje, stačí-li, aby spočítal **aspoň 3** příklady.

Nezávislé pokusy

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Závislé pokusy

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Příklad 1: Sportovní střelec zasáhne cíl při každém výstřelu s pravděpodobností $p = 0,8$.

Vypočtěte pravděpodobnost, že při **5 výstřelech** budou v cíli

a) právě **2 zásahy**, $P(A_2) = \binom{5}{2} \cdot 0,8^2 \cdot (1-0,8)^{5-2} = 0,0512 = 5,1\%$

b) nejvýše jeden zásah, $P(B) = P(A_0) + P(A_1) = \binom{5}{0} \cdot (1-0,8)^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,8 \cdot (1-0,8)^{5-1} = 0,67\%$

c) alespoň 2 zásahy.

Příklad 2: Pravděpodobnost výhry hráče je **0,6**. Určete, jaký je nejpravděpodobnější počet výher hráče **v deseti** odehraných **partiích**.

Příklad 3: Ve skupině 24 výrobků je 5 od českého výrobce, 6 od slovenského výrobce a ostatní pochází odjinud. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 12ti vybranými výrobky nepochází žádný od českého výrobce?

Příklad 4: Písemná zkouška z matematiky obsahuje 5 příkladů. Pravděpodobnost úspěšného vyřešení jednoho příkladu je **0,75**. Určete, jaká je pravděpodobnost, že student uspěje, stačí-li, aby spočítal **aspoň 3** příklady.

Nezávislé pokusy

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Závislé pokusy

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Příklad 1: Sportovní střelec zasáhne cíl při každém výstřelu s pravděpodobností $p = 0,8$.

Vypočtěte pravděpodobnost, že při **5 výstřelech** budou v cíli

a) právě 2 zásahy, $P(A_2) = \binom{5}{2} \cdot 0,8^2 \cdot (1-0,8)^{5-2} = 0,0512 = 5,1\%$

b) nejvýše jeden zásah, $P(B) = P(A_0) + P(A_1) = \binom{5}{0} \cdot (1-0,8)^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,8 \cdot (1-0,8)^{5-1} = 0,67\%$

c) alespoň 2 zásahy. $P(C) = P(\text{ne}B) = 1 - (P(A_0) + P(A_1)) = 1 - 0,0067 = 99,3\%$

Příklad 2: Pravděpodobnost výhry hráče je **0,6**. Určete, jaký je nejpravděpodobnější počet výher hráče v **deseti** odehraných **partiích**.

Příklad 3: Ve skupině 24 výrobků je 5 od českého výrobce, 6 od slovenského výrobce a ostatní pochází odjinud. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 12ti vybranými výrobky nepochází žádný od českého výrobce?

Příklad 4: Písemná zkouška z matematiky obsahuje 5 příkladů. Pravděpodobnost úspěšného vyřešení jednoho příkladu je **0,75**. Určete, jaká je pravděpodobnost, že student uspěje, stačí-li, aby spočítal **aspoň** 3 příklady.

Nezávislé pokusy

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Závislé pokusy

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Příklad 1: Sportovní střelec zasáhne cíl při každém výstřelu s pravděpodobností $p = 0,8$.

Vypočtěte pravděpodobnost, že při **5 výstřelech** budou v cíli

a) právě **2 zásahy**, $P(A_2) = \binom{5}{2} \cdot 0,8^2 \cdot (1-0,8)^{5-2} = 0,0512 = 5,1\%$

b) nejvýše jeden zásah, $P(B) = P(A_0) + P(A_1) = \binom{5}{0} \cdot (1-0,8)^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,8 \cdot (1-0,8)^{5-1} = 0,67\%$

c) alespoň 2 zásahy. $P(C) = P(\text{ne}B) = 1 - (P(A_0) + P(A_1)) = 1 - 0,0067 = 99,3\%$

Příklad 2: Pravděpodobnost výhry hráče je **0,6**. Určete, jaký je nejpravděpodobnější počet

výher hráče **v deseti** odehraných **partiích**. $P(A_k) = \binom{10}{k} \cdot 0,6^k \cdot (1-0,6)^{10-k}$

V případě **$k = 6$** výher je nejvyšší pravděpodobnost a to $P(A_k) \doteq 25,1\%$

Příklad 3: Ve skupině 24 výrobků je 5 od českého výrobce, 6 od slovenského výrobce a ostatní pochází odjinud. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 12ti vybranými výrobky nepochází žádný od českého výrobce?

Příklad 4: Písemná zkouška z matematiky obsahuje 5 příkladů. Pravděpodobnost úspěšného vyřešení jednoho příkladu je **0,75**. Určete, jaká je pravděpodobnost, že student uspěje, stačí-li, aby spočítal **aspoň 3** příklady.

Nezávislé pokusy

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Závislé pokusy

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Příklad 1: Sportovní střelec zasáhne cíl při každém výstřelu s pravděpodobností $p = 0,8$.

Vypočtěte pravděpodobnost, že při **5 výstřelech** budou v cíli

a) právě 2 zásahy, $P(A_2) = \binom{5}{2} \cdot 0,8^2 \cdot (1-0,8)^{5-2} = 0.0512 = 5,1\%$

b) nejvýše jeden zásah, $P(B) = P(A_0) + P(A_1) = \binom{5}{0} \cdot (1-0,8)^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,8 \cdot (1-0,8)^{5-1} = 0.67\%$

c) alespoň 2 zásahy. $P(C) = P(\text{ne}B) = 1 - (P(A_0) + P(A_1)) = 1 - 0.0067 = 99,3\%$

Příklad 2: Pravděpodobnost výhry hráče je **0,6**. Určete, jaký je nejpravděpodobnější počet

výher hráče v **deseti** odehraných **partiích**. $P(A_k) = \binom{10}{k} \cdot 0,6^k \cdot (1-0,6)^{10-k}$

V případě $k = 6$ výher je nejvyšší pravděpodobnost a to $P(A_k) \doteq 25,1\%$

Příklad 3: Ve skupině 24 výrobků je 5 od českého výrobce, 6 od slovenského výrobce a ostatní pochází odjinud. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 12ti vybranými výrobky nepochází žádný od českého výrobce?

A...výrobek je z CZ $P(A_0) = \frac{\binom{5}{0} \cdot \binom{24-5}{12-0}}{\binom{24}{12}} = 0,0186 = 1,86\%$

Příklad 4: Písemná zkouška z matematiky obsahuje 5 příkladů. Pravděpodobnost úspěšného vyřešení jednoho příkladu je **0,75**. Určete, jaká je pravděpodobnost, že student uspěje, stačili, aby spočítal **aspoň 3** příklady.

Nezávislé pokusy

$$P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Závislé pokusy

$$P(A_k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Pravděpodobnost opakované pokusy

Příklad 1: Sportovní střelec zasáhne cíl při každém výstřelu s pravděpodobností $p = 0,8$.

Vypočtete pravděpodobnost, že při **5 výstřelech** budou v cíli

a) právě 2 zásahy, $P(A_2) = \binom{5}{2} \cdot 0,8^2 \cdot (1-0,8)^{5-2} = 0,0512 = 5,1\%$

b) nejvýše jeden zásah, $P(B) = P(A_0) + P(A_1) = \binom{5}{0} \cdot (1-0,8)^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,8 \cdot (1-0,8)^{5-1} = 0,67\%$

c) alespoň 2 zásahy. $P(C) = P(\text{ne}B) = 1 - (P(A_0) + P(A_1)) = 1 - 0,0067 = 99,3\%$

Příklad 2: Pravděpodobnost výhry hráče je **0,6**. Určete, jaký je nejpravděpodobnější počet

výher hráče v **deseti** odehraných **partiích**. $P(A_k) = \binom{10}{k} \cdot 0,6^k \cdot (1-0,6)^{10-k}$

V případě $k = 6$ výher je nejvyšší pravděpodobnost a to $P(A_k) \doteq 25,1\%$

Příklad 3: Ve skupině 24 výrobků je 5 od českého výrobce, 6 od slovenského výrobce a ostatní pochází odjinud. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 12ti vybranými výrobky nepochází žádný od českého výrobce?

A...výrobek je z CZ $P(A_0) = \frac{\binom{5}{0} \cdot \binom{24-5}{12-0}}{\binom{24}{12}} = 0,0186 = 1,86\%$

Příklad 4: Písemná zkouška z matematiky obsahuje 5 příkladů. Pravděpodobnost úspěšného vyřešení jednoho příkladu je **0,75**. Určete, jaká je pravděpodobnost, že student uspěje, stačili, aby spočítal **aspoň 3** příklady.

$$P(A_3) + P(A_4) + P(A_5) = \binom{5}{3} \cdot 0,75^3 \cdot (1-0,75)^{5-3} + \binom{5}{4} \cdot 0,75^4 \cdot (1-0,75)^{5-4} + \binom{5}{5} \cdot 0,75^5 \cdot (1-0,75)^{5-5} = 0,896 = 89,6\%$$