III. Část

ZPRACOVÁNÍ DAT ZÁKLADNÍMI STATISTICKÝMI METODAMI

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Shrnují **vlastnosti** rozdělení pravděpodobnosti **do jednoho čísla**, které je snadno interpretovatelné a lze s ním pracovat jednodušeji než s funkčním vyjádřením.

Dvě nejznámější a nejpoužívanější charakteristiky, které odráží vlastnosti rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, jsou

- **střední hodnota** (mean value) a
- **rozptyl** (dispersion, variance).

Dalšími charakteristikami jsou **koeficienty**

- **šikmosti** (skewness) a
- **špičatosti** (kurtosis).

V neposlední řadě se i mezi laickou veřejností stále více využívají **kvantily**, speciálně

- **kvartily**,
- **decily** a
- **percentily**.

Nakonec uvedeme **modus**, což je nejpravděpodobnější hodnota, kterou lze v daném souboru očekávat.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Shrnují **vlastnosti** rozdělení pravděpodobnosti **do jednoho čísla**, které je snadno interpretovatelné a lze s ním pracovat jednodušeji než s funkčním vyjádřením.

Dvě nejznámější a nejpoužívanější charakteristiky, které odráží vlastnosti rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, jsou

- **střední hodnota** (mean value) a
- **rozptyl** (dispersion, variance).

Dalšími charakteristikami jsou **koeficienty**

- **šikmosti** (skewness) a
- **špičatosti** (kurtosis).

V neposlední řadě se i mezi laickou veřejností stále více využívají **kvantily**, speciálně

- **kvartily**,
- **decily** a
- **percentily**.

Nakonec uvedeme **modus**, což je nejpravděpodobnější hodnota, kterou lze v daném souboru očekávat.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Střední hodnota = průměr
První obecný moment

$$\bar{x} = E(X) = \frac{\sum_i x_i}{n}$$

$$= \sum_i x_i \cdot p(x_i)$$

Určuje průměrnou hodnotu dat.
Je lehce ovlivnitelný extrémními hodnotami.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Střední hodnota = průměr
První obecný moment

$$\bar{x} = E(X) = \frac{\sum_i x_i}{n}$$

$$= \sum_i x_i \cdot p(x_i)$$

Určuje průměrnou hodnotu dat.
Je lehce ovlivnitelný extrémními hodnotami.

Rozptyl
Druhý **centrální** moment

$$\mathrm{D}(X) = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot p(x_i)$$

Popisuje rozptýlenost nejčastějších hodnot okolo průměru.
POZOR! Jednotky jsou umocněné na druhou.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Střední hodnota = průměr
První obecný moment

$$\bar{x} = E(X) = \frac{\sum_i x_i}{n}$$

$$= \sum_i x_i \cdot p(x_i)$$

Určuje průměrnou hodnotu dat.
Je lehce ovlivnitelný extrémními hodnotami.

Rozptyl
Druhý centrální moment

$$\mathrm{D}(X) = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot p(x_i)$$

Popisuje rozptýlenost nejčastějších hodnot okolo průměru.
POZOR! Jednotky jsou umocněné na druhou.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Střední hodnota = průměr
První obecný moment

$$\bar{x} = E(X) = \frac{\sum_i x_i}{n}$$

$$= \sum_i x_i \cdot p(x_i)$$

Určuje průměrnou hodnotu dat.
Je lehce ovlivnitelný extrémními hodnotami.

Rozptyl
Druhý **centrální** moment

$$\mathrm{D}(X) = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot p(x_i)$$

Popisuje rozptýlenost nejčastějších hodnot okolo průměru.
POZOR! Jednotky jsou umocněné na druhou.

Směrodatná odchylka

$$\sigma = \sqrt{\mathrm{D}(X)}$$

Popisuje rozptýlenost nejčastějších hodnot okolo průměru.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Střední hodnota = průměr
První obecný moment

$$\bar{x} = E(X) = \frac{\sum_i x_i}{n}$$

$$= \sum_i x_i \cdot p(x_i)$$

Určuje průměrnou hodnotu dat.
Je lehce ovlivnitelný extrémními hodnotami.

Rozptyl
Druhý **centrální** moment

$$D(X) = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot p(x_i)$$

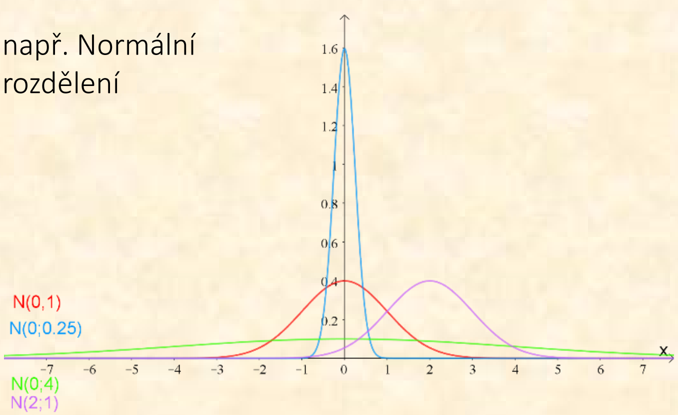
Popisuje rozptýlenost nejčastějších hodnot okolo průměru.
POZOR! Jednotky jsou umocněné na druhou.

Směrodatná odchylka

$$\sigma = \sqrt{D(X)}$$

Popisuje rozptýlenost nejčastějších hodnot okolo průměru.

např. Normální rozdělení



Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Shrnují **vlastnosti** rozdělení pravděpodobnosti **do jednoho čísla**, které je snadno interpretovatelné a lze s ním pracovat jednodušeji než s funkčním vyjádřením.

Dvě nejznámější a nejpoužívanější charakteristiky, které odráží vlastnosti rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, jsou

- **střední hodnota** (mean value) a
- **rozptyl** (dispersion, variance).

Dalšími charakteristikami jsou **koeficienty**

- **šikmosti** (skewness) a
- **špičatosti** (kurtosis).

V neposlední řadě se i mezi laickou veřejností stále více využívají **kvantily**, speciálně

- **kvartily**,
- **decily** a
- **percentily**.

Nakonec uvedeme **modus**, což je nejpravděpodobnější hodnota, kterou lze v daném souboru očekávat.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Shrnují **vlastnosti** rozdělení pravděpodobnosti **do jednoho čísla**, které je snadno interpretovatelné a lze s ním pracovat jednodušeji než s funkčním vyjádřením.

Dvě nejznámější a nejpoužívanější charakteristiky, které odráží vlastnosti rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, jsou

- **střední hodnota** (mean value) a
- **rozptyl** (dispersion, variance).

Dalšími charakteristikami jsou **koeficienty**

- **šikmosti** (skewness) a
- **špičatosti** (kurtosis).

V neposlední řadě se i mezi laickou veřejností stále více využívají **kvantily**, speciálně

- **kvartily**,
- **decily** a
- **percentily**.

Nakonec uvedeme **modus**, což je nejpravděpodobnější hodnota, kterou lze v daném souboru očekávat.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Koeficient šikmosti

Normovaný třetí **centrální** moment

$$A = \frac{1}{\sigma^3} \frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^3}{n}$$

$$= \frac{1}{\sigma^3} \sum_i (x_i - \overline{x})^3 \cdot p(x_i)$$

Popisuje míru a směr zešikmení pravděpodobnostní křivky. Zešikmení

- směrem k maximálním hodnotám (**doprava**) pro $\boldsymbol{A < 0}$
- směrem k minimálním hodnotám (**vlevo**) pro $\boldsymbol{A > 0}$
- **symetrii** pro $\boldsymbol{A = 0}$

Číselné charakteristiky

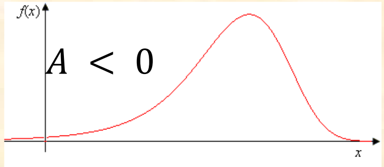
Koeficient šikmosti

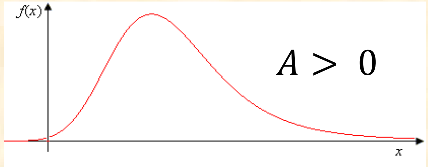
Normovaný třetí centrální moment

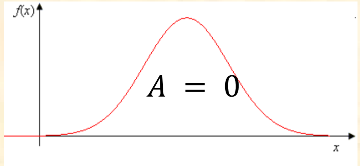
$$A = \frac{1}{\sigma^3} \frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^3}{n}$$
$$= \frac{1}{\sigma^3} \sum_i (x_i - \overline{x})^3 \cdot p(x_i)$$

Popisuje míru a směr zešikmení pravděpodobnostní křivky. Zešikmení

- směrem k maximálním hodnotám (**doprava**) pro $\boldsymbol{A < 0}$
- směrem k minimálním hodnotám (**vlevo**) pro $\boldsymbol{A > 0}$
- **symetrii** pro $\boldsymbol{A = 0}$







Statistické zpracování dat: **Číselné charakteristiky**

Koeficient šikmosti

Normovaný třetí **centrální** moment

$$A = \frac{1}{\sigma^3}\frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^3}{n} = \frac{1}{\sigma^3}\sum_i (x_i - \overline{x})^3 \cdot p(x_i)$$

Popisuje míru a směr zešikmení pravděpodobnostní křivky. Zešikmení

- směrem k maximálním hodnotám (**doprava**) pro $\boldsymbol{A < 0}$
- směrem k minimálním hodnotám (**vlevo**) pro $\boldsymbol{A > 0}$
- **symetrii** pro $\boldsymbol{A = 0}$

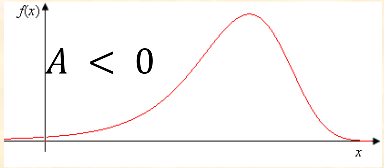
Koeficient špičatosti

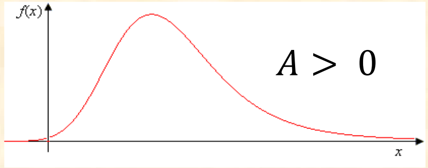
Normovaný čtvrtý **centrální** moment

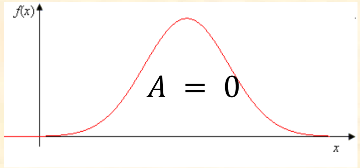
$$\bar{e} = \frac{1}{\sigma^4}\frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^4}{n} - 3 = \frac{1}{\sigma^4}\sum_i (x_i - \overline{x})^4 \cdot p(x_i) - 3$$

Popisuje míru špičatosti pravděpodobnostní křivky. Podle výsledku

- $\bar{e} > 0$ špičatější,
- $\bar{e} < 0$ placatější,
- $\bar{e} = 0$ odpovídá $N(0,1)$.







Statistické zpracování dat: # Číselné charakteristiky

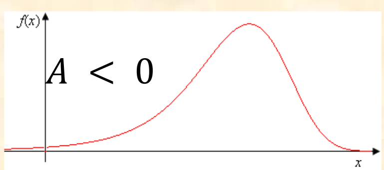
Koeficient šikmosti

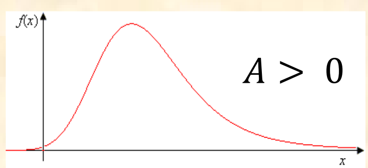
Normovaný třetí **centrální** moment

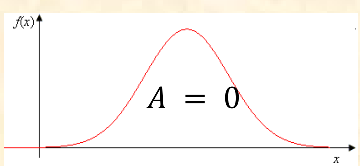
$$A = \frac{1}{\sigma^3}\frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^3}{n} = \frac{1}{\sigma^3}\sum_i (x_i - \overline{x})^3 \cdot p(x_i)$$

Popisuje míru a směr zešikmení pravděpodobnostní křivky. Zešikmení

- směrem k maximálním hodnotám (**doprava**) pro $\boldsymbol{A < 0}$
- směrem k minimálním hodnotám (**vlevo**) pro $\boldsymbol{A > 0}$
- **symetrii** pro $\boldsymbol{A = 0}$







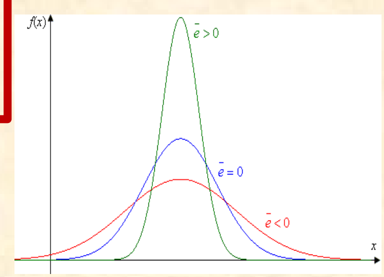
Koeficient špičatosti

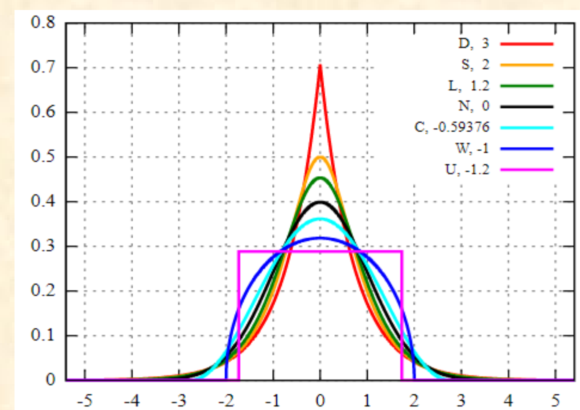
Normovaný čtvrtý **centrální** moment

$$\bar{e} = \frac{1}{\sigma^4}\frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^4}{n} - 3 = \frac{1}{\sigma^4}\sum_i (x_i - \overline{x})^4 \cdot p(x_i) - 3$$

Popisuje míru špičatosti pravděpodobnostní křivky. Podle výsledku

- $\bar{e} > 0$ špičatější,
- $\bar{e} < 0$ placatější,
- $\bar{e} = 0$ odpovídá $N(0,1)$.





Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Shrnují **vlastnosti** rozdělení pravděpodobnosti **do jednoho čísla**, které je snadno interpretovatelné a lze s ním pracovat jednodušeji než s funkčním vyjádřením.

Dvě nejznámější a nejpoužívanější charakteristiky, které odráží vlastnosti rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, jsou

- **střední hodnota** (mean value) a
- **rozptyl** (dispersion, variance).

Dalšími charakteristikami jsou **koeficienty**

- **šikmosti** (skewness) a
- **špičatosti** (kurtosis).

V neposlední řadě se i mezi laickou veřejností stále více využívají **kvantily**, speciálně

- **kvartily**,
- **decily** a
- **percentily**.

Nakonec uvedeme **modus**, což je nejpravděpodobnější hodnota, kterou lze v daném souboru očekávat.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Shrnují **vlastnosti** rozdělení pravděpodobnosti **do jednoho čísla**, které je snadno interpretovatelné a lze s ním pracovat jednodušeji než s funkčním vyjádřením.

Dvě nejznámější a nejpoužívanější charakteristiky, které odráží vlastnosti rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, jsou

- **střední hodnota** (mean value) a
- **rozptyl** (dispersion, variance).

Dalšími charakteristikami jsou **koeficienty**

- **šikmosti** (skewness) a
- **špičatosti** (kurtosis).

V neposlední řadě se i mezi laickou veřejností stále více využívají **kvantily**, speciálně

- **kvartily**,
- **decily** a
- **percentily**.

Nakonec uvedeme **modus**, což je nejpravděpodobnější hodnota, kterou lze v daném souboru očekávat.

Číselné charakteristiky

p-Kvantil

hodnota x_p z x-ové osy, pro kterou je

$$F(x_p) = p$$

Určuje hranici, jejíž hodnotu nebo menší má $100p$ procent čísel.

$$F(x_p) = P(X \leq x_p) = p$$

Číselné charakteristiky

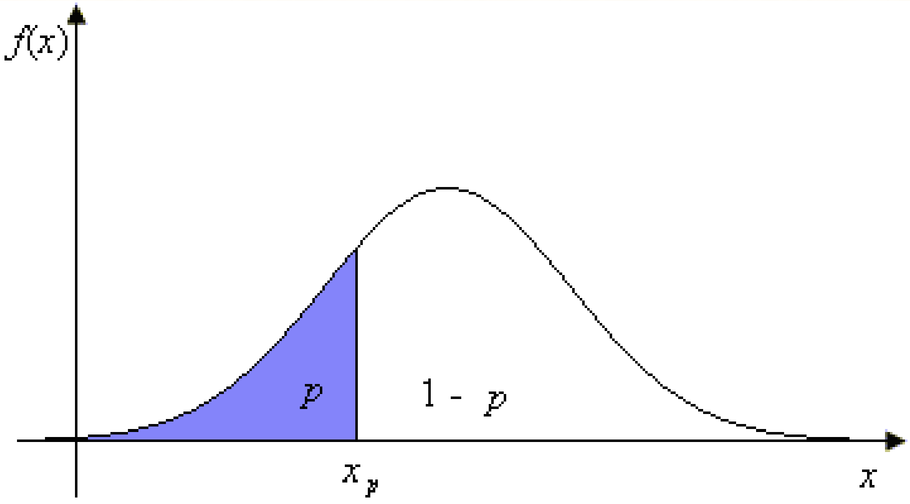
p-Kvantil

hodnota x_p z x-ové osy, pro kterou je

$$F(x_p) = p$$

Určuje hranici, jejíž hodnotu nebo menší má $100p$ procent čísel.

$$F(x_p) = P(X \leq x_p) = p$$



Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Shrnují **vlastnosti** rozdělení pravděpodobnosti **do jednoho čísla**, které je snadno interpretovatelné a lze s ním pracovat jednodušeji než s funkčním vyjádřením.

Dvě nejznámější a nejpoužívanější charakteristiky, které odráží vlastnosti rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, jsou

- **střední hodnota** (mean value) a
- **rozptyl** (dispersion, variance).

Dalšími charakteristikami jsou **koeficienty**

- **šikmosti** (skewness) a
- **špičatosti** (kurtosis).

V neposlední řadě se i mezi laickou veřejností stále více využívají **kvantily**, speciálně

- **kvartily**,
- **decily** a
- **percentily**.

Nakonec uvedeme **modus**, což je nejpravděpodobnější hodnota, kterou lze v daném souboru očekávat.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Shrnují **vlastnosti** rozdělení pravděpodobnosti **do jednoho čísla**, které je snadno interpretovatelné a lze s ním pracovat jednodušeji než s funkčním vyjádřením.

Dvě nejznámější a nejpoužívanější charakteristiky, které odráží vlastnosti rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, jsou

- **střední hodnota** (mean value) a
- **rozptyl** (dispersion, variance).

Dalšími charakteristikami jsou **koeficienty**

- **šikmosti** (skewness) a
- **špičatosti** (kurtosis).

V neposlední řadě se i mezi laickou veřejností stále více využívají **kvantily**, speciálně

- **kvartily**,
- **decily** a
- **percentily**.

Nakonec uvedeme **modus**, což je nejpravděpodobnější hodnota, kterou lze v daném souboru očekávat.

Modus

hodnota z x-ové osy, pro kterou je hodnota pravděpodobnostní funkce maximální

$$\mathrm{p}(Mo) = max$$

Jinými slovy jde o nejčastěji se vyskytující hodnotu.
Data mohou být
- uni-modální
- bi-modální
- … atd

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Příklad 1: Pravděpodobnost zásahu cíle při každém ze čtyř výstřelů je 0,8. Označme náhodnou veličinou *X* označme počet zásahů cíle.

a) Určete rozdělení pravděpodobností náhodné veličiny.

b) Vypočtěte její střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku.

Příklad 2: V městě byl po dobu 60ti dnů evidován počet dopravních. Podle počtu nehod v jednom dni byla sestavena následující tabulka:

počet nehod za den	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
počet dnů s uvedeným počtem nehod	4	28	10	7	6	4	1

Sestavte pravděpodobnostní funkci této náhodné veličiny a vypočtěte střední hodnotu a směrodatnou odchylku.

Příklad 3: (opakování z minulé hodiny) Náhodná veličina X má rozdělení N(0, 1). Určete:

a) $P(X < 2{,}31)$

b) $P(X < -1{,}1)$

c) $P(-0{,}41 < X < 2{,}92)$

Příklad 4: Trolejbusy odjíždějí ze zastávky v 10 minutových intervalech. Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku. Určete E(x) a D(x) doby čekání na odjezd trolejbusu.

Statistické zpracování dat: Číselné charakteristiky

Příklad 1: Pravděpodobnost zásahu cíle při každém ze čtyř výstřelů je 0,8. Označme náhodnou veličinou X označme počet zásahů cíle. X……. počet zásahů ze 4 pokusů

a) Určete rozdělení pravděpodobností náhodné veličiny $X \sim Bi(4\,; 0{,}8\,)$

b) Vypočtěte její střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku.

Střední hodnota $E(X) = 3{,}2$ zásahů směrodatná odchylka $\sigma = 0{,}8$ zásahů

Příklad 2: V městě byl po dobu 60ti dnů evidován počet dopravních. Podle počtu nehod v jednom dni byla sestavena následující tabulka:

počet nehod za den	0	1	2	3	4	5	6
počet dnů s uvedeným počtem nehod	4	28	10	7	6	4	1

Sestavte pravděpodobnostní funkci této náhodné veličiny a vypočtěte střední hodnotu a směrodatnou odchylku. Vizte excelovský soubor.

Příklad 3: (opakování z minulé hodiny) Náhodná veličina X má rozdělení N(0, 1). Určete:

a) P(X < 2,31) 99%

b) P(X < -1,1) 13,5%

c) P(-0,41 < X < 2,92) 65,7%

Příklad 4: Trolejbusy odjíždějí ze zastávky v 10 minutových intervalech. Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku. Určete E(x) a D(x) doby čekání na odjezd trolejbusu.

Vizte excelovský soubor.