Základy statistiky: **Náhodná veličina**

Příklad 2:

X...počet emailů v 1 dni

Jev	Hodnota	Pravděpodobnostní funkce $p(x) = P(X=x)$	Distribuční funkce $F(x)=P(X\le x)$
			$F(-1) = P(X \le -1) = 0$ *protože* $-1 < 0$
nepřijde žádný dopis	$X = 0$	$p(0) = P(X=0) = 0.05$	$F(0) = P(X \le 0) = 0.05$
přijde jeden dopis	$X = 1$	$p(1) = P(X=1) = 0.15$	$F(1) = P(X \le 1) = 0.05 + 0.15$
přijdou dva dopisy	$X = 2$	$p(2) = P(X=2) = 0.22$	$F(2) = P(X \le 2) = 0.05 + 0.15 + 0.22$
přijdou tři dopisy	$X = 3$	$p(3) = P(X=3) = 0.22$	$F(3) = P(X \le 3) = 0.05 + 0.15 + 0.22 + 0.22$
přijdou čtyři dopisy	$X = 4$	$p(4) = P(X=4) = 0.17$	$F(4) = P(X \le 4) = 0.05 + 0.15 + 0.22 + 0.22 + 0.17$
... atd.	$\vdots$ $X \to \infty$	... atd.	$\lim_{x\to\infty} F(x) = 1$

Základy statistiky: Náhodná veličina

Příklad 2 tabulkově:

Pravděpodobnostní funkce

počet emailů	0	1	2	3	4	5	6	7	atd.
pravděpodobnost	0,05	0,15	0,22	0,22	0,17	0,1	0,05	0,02	atd.

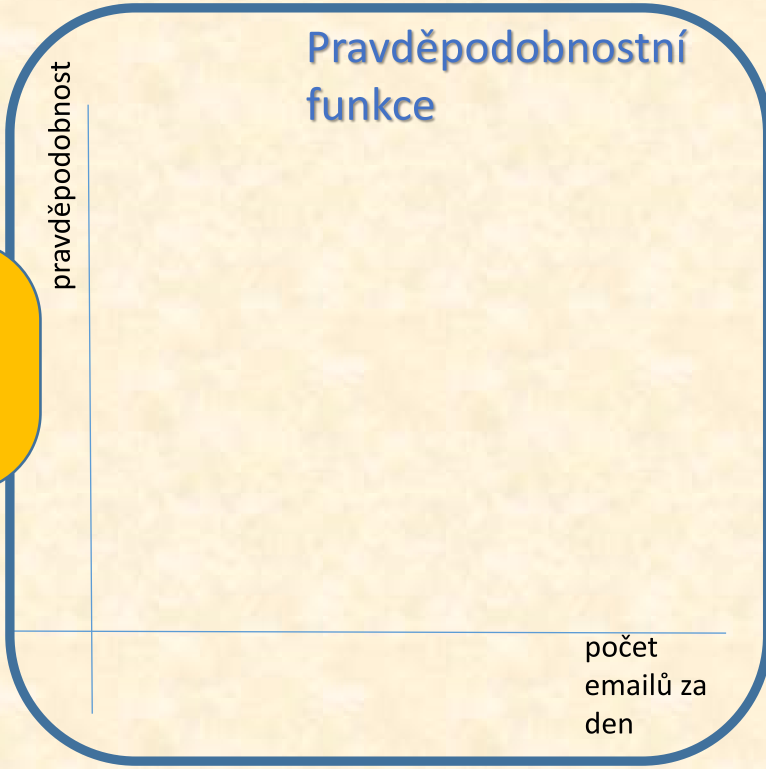
Distribuční funkce (schodová funce se skoky při navýšení počtu emailů)

počet emailů	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	atd.
kumulativní pravděpodobnost	0	0,05	0,2	0,42	0,64	0,81	0,91	0,96	0,98	atd.

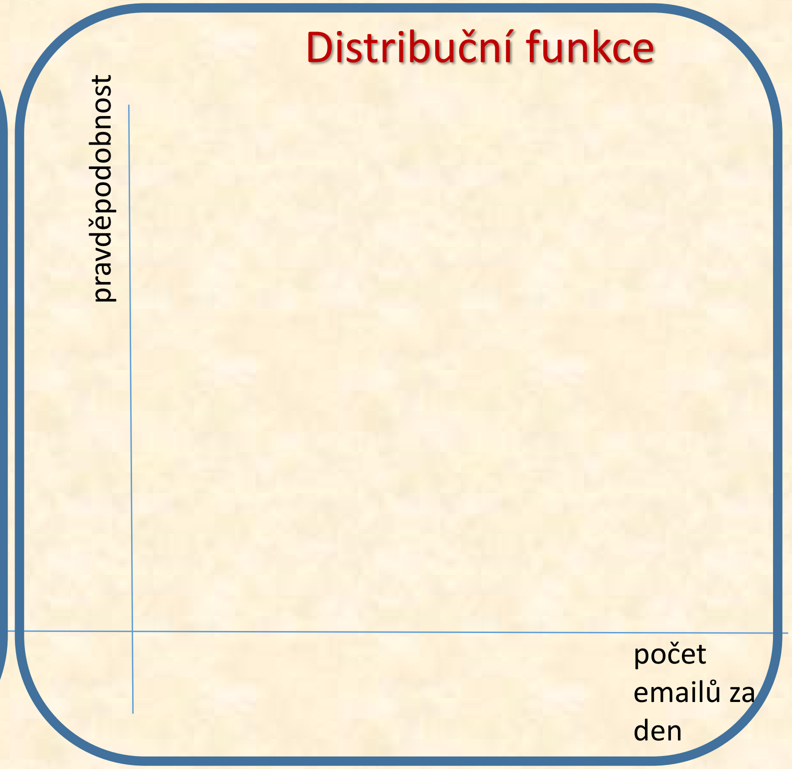
Základy statistiky: **Náhodná veličina**

Příklad 2 graficky:

X…počet emailů v 1 dni



popis rozložení pravděpodobnosti



popis postupné distribuce (kumulace) pravděpodobnosti

Příklad 3

V osudí je 5 bílých a 7 červených míčků. Náhodná veličina *X* představuje počet bílých míčků mezi pěti vybranými. Sestavte pravděpodobnostní a distribuční funkci této náhodné veličiny.

Příklad 4

Personální útvar velké akciové společnosti hodlá provést jistý sociologický průzkum mezi svými pracovníky. Připravil proto plán tohoto šetření, avšak ještě předtím, než přistoupí k jeho realizaci, provede tzv. pilotáž. To znamená, že vybere malý vzorek svých pracovníků a na něm si předem „odzkouší“ průběh průzkumu (např. zda otázky jsou srozumitelné, zda se nepřekrývají, zda si je vybraní pracovníci jednoznačně vysvětlují apod.).

V této akciové společnosti pracuje 30 % žen. Velikost pilotního vzorku je 6 náhodně vybraných pracovníků. Sestavte pravděpodobnostní a distribuční funkci náhodné veličiny, která udává počet žen mezi šesti náhodně vybranými.

Základy statistiky: Náhodná veličina

Příklad 3

V osudí je 5 bílých a 7 červených míčků. Náhodná veličina *X* představuje počet bílých míčků mezi pěti vybranými. Sestavte pravděpodobnostní a distribuční funkci této náhodné veličiny.

$$p(k) = P(X = k) = \frac{\binom{5}{k} \cdot \binom{7}{5-k}}{\binom{5+7}{5}}$$

Příklad 4

Personální útvar velké akciové společnosti hodlá provést jistý sociologický průzkum mezi svými pracovníky. Připravil proto plán tohoto šetření, avšak ještě předtím, než přistoupí k jeho realizaci, provede tzv. pilotáž. To znamená, že vybere malý vzorek svých pracovníků a na něm si předem „odzkouší“ průběh průzkumu (např. zda otázky jsou srozumitelné, zda se nepřekrývají, zda si je vybraní pracovníci jednoznačně vysvětlují apod.).

V této akciové společnosti pracuje 30 % žen. Velikost pilotního vzorku je 6 náhodně vybraných pracovníků. Sestavte pravděpodobnostní a distribuční funkci náhodné veličiny, která udává počet žen mezi šesti náhodně vybranými.

$$p(k) = P(X = k) = \binom{6}{k} \cdot 0{,}3^k \cdot 0{,}7^{6-k}$$

Základy statistiky: Náhodná veličina

Příklad 5: Náhodná veličina X nabývá hodnot 1; 2 nebo 3.
Známé jsou pravděpodobnosti $P(X=1) = 0{,}2$ a $P(X=2) = 0{,}5$.
Určete chybějící pravděpodobnost $P(X=3)$. Dále určete distribuční funkci a nakreslete příslušný graf.

Příklad 6: 20% rodin má v domě tři místnosti, 40% jich má čtyři a 40% má pět. Pro náhodou veličinu udávající počet místností v domě načrtněte graf distribuční funkce. Jakou má hodnotu v bodě 4? Co tato hodnota znamená?

Příklad 7: Je dána tabulka s pravděpodobnostmi pro jednotlivé hodnoty náhodné veličiny. Načrtněte graf její distribuční funkce.

x	1	2	3	4	5
p(x)	0,2	0,3	0,1	0,1	?

Základy statistiky: Náhodná veličina

$$F(x) = \begin{cases} 0 & pro \quad x < 1 \\ 0{,}2 & pro\ 1 \le x < 2 \\ 0{,}7 & pro\ 2 \le x < 3 \\ 1 & pro\ 3 \le x \end{cases}$$

Příklad 5: Náhodná veličina X nabývá hodnot 1; 2 nebo 3. Známé jsou pravděpodobnosti P(X=1) = 0,2 a P(X=2) = 0,5. Určete chybějící pravděpodobnost P(X=3). Dále určete distribuční funkci a nakreslete příslušný graf.

p(3)=P(X=3)=1-0,2-0,5=0,3

Příklad 6: 20% rodin má v domě tři místnosti, 40% jich má čtyři a 40% má pět. Pro náhodou veličinu udávající počet místností v domě načrtněte graf distribuční funkce. Jakou má hodnotu v bodě 4? Co tato hodnota znamená?

Příklad 7: Je dána tabulka s pravděpodobnostmi pro jednotlivé hodnoty náhodné veličiny. Načrtněte graf její distribuční funkce.

x	1	2	3	4	5
p(x)	0,2	0,3	0,1	0,1	**?**

Základy statistiky: Náhodná veličina

$$F(x) = \begin{cases} 0 & pro \quad x < 1 \\ 0{,}2 & pro\ 1 \le x < 2 \\ 0{,}7 & pro\ 2 \le x < 3 \\ 1 & pro\ 3 \le x \end{cases}$$

Příklad 5: Náhodná veličina X nabývá hodnot 1; 2 nebo 3.
Známé jsou pravděpodobnosti P(X=1) = 0,2 a P(X=2) = 0,5.
Určete chybějící pravděpodobnost P(X=3). Dále určete distribuční funkci a nakreslete příslušný graf.

p(3)=P(X=3)=1-0,2-0,5=0,3

Příklad 6: 20% rodin má v domě tři místnosti, 40% jich má čtyři a 40% má pět. Pro náhodou veličinu udávající počet místností v domě načrtněte graf distribuční funkce. Jakou má hodnotu v bodě 4? Co tato hodnota znamená?

x (počet místností)	3	4	5
p(x)	0.2	0.4	0.4

$$F(x) = \begin{cases} 0 & pro \quad x < 3 \\ 0{,}2 & pro\ 3 \le x < 4 \\ 0{,}6 & pro\ 4 \le x < 5 \\ 1 & pro\ 5 \le x \end{cases}$$

Příklad 7: Je dána tabulka s pravděpodobnostmi pro jednotlivé hodnoty náhodné veličiny. Načrtněte graf její distribuční funkce.

x	1	2	3	4	5
p(x)	0,2	0,3	0,1	0,1	?

Základy statistiky: Náhodná veličina

$$F(x) = \begin{cases} 0 & pro \quad x < 1 \\ 0{,}2 & pro \ 1 \le x < 2 \\ 0{,}7 & pro \ 2 \le x < 3 \\ 1 & pro \ 3 \le x \end{cases}$$

Příklad 5: Náhodná veličina X nabývá hodnot 1; 2 nebo 3. Známé jsou pravděpodobnosti P(X=1) = 0,2 a P(X=2) = 0,5. Určete chybějící pravděpodobnost P(X=3). Dále určete distribuční funkci a nakreslete příslušný graf.

p(3)=P(X=3)=1-0,2-0,5=0,3

Příklad 6: 20% rodin má v domě tři místnosti, 40% jich má čtyři a 40% má pět. Pro náhodou veličinu udávající počet místností v domě načrtněte graf distribuční funkce. Jakou má hodnotu v bodě 4? Co tato hodnota znamená?

x (počet místností)	3	4	5
p(x)	0.2	0.4	0.4

$$F(x) = \begin{cases} 0 & pro \quad x < 3 \\ 0{,}2 & pro \ 3 \le x < 4 \\ 0{,}6 & pro \ 4 \le x < 5 \\ 1 & pro \ 5 \le x \end{cases}$$

Příklad 7: Je dána tabulka s pravděpodobnostmi pro jednotlivé hodnoty náhodné veličiny. Načrtněte graf její distribuční funkce.

x	1	2	3	4	5
p(x)	0,2	0,3	0,1	0,1	**0.3**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & pro \quad x < 1 \\ 0{,}2 & pro \ 1 \le x < 2 \\ 0{,}5 & pro \ 2 \le x < 3 \\ 0{,}6 & pro \ 3 \le x < 4 \\ 0{,}7 & pro \ 4 \le x < 5 \\ 1 & pro \ 5 \le x \end{cases}$$

Základy statistiky: Náhodná veličina

Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

Nabývá pouze izolovaných hodnot z reálné osy (celá čísla, přirozená čísla, atp.).

Spojitá náhodná veličina

Nabývá jakoukoli reálnou hodnotu z nějakého intervalu.

Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

Nabývá pouze izolovaných hodnot z reálné osy (celá čísla, přirozená čísla, atp.).

Spojitá náhodná veličina

Nabývá jakoukoliv reálnou hodnotu z nějakého intervalu.

Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

Nabývá pouze izolovaných hodnot z reálné osy (celá čísla, přirozená čísla, atp.).

Spojitá náhodná veličina

Nabývá jakoukoliv reálnou hodnotu z nějakého intervalu.

Příklad: U následujících náhodných veličin rozhodněte, zda jsou diskrétní nebo spojité:

- X .... počet suchých dní v měsíci,
- Y .... tlak vzduchu,
- Z .... počet ok po jednom hodu kostkou,
- M ...... míra nezaměstnanosti,
- N ...... rychlost připojení internetu.

Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

1. Alternativní rozdělení

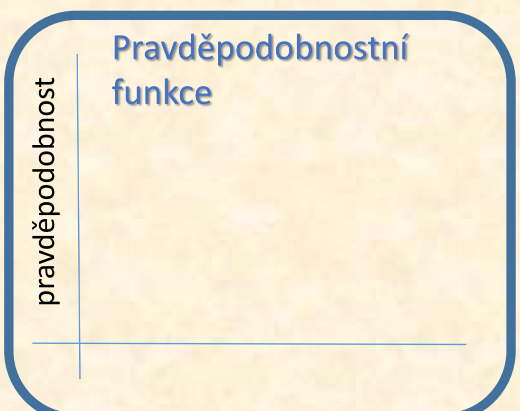
Náhodná veličina odpovídající náhodnému pokusu s pouze dvěma výsledky:

pokus je úspěšný (X=1) - pokus je neúspěšný (X=0)

P(X=1)=p P(X=0)=1-p

Příslušná náhodná veličina *X* se pak nazývá **alternativní** (dvoubodová, nulajedničková).

Zápis X ~ Alt(p)



Základy statistiky: Diskrétní náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 1: Hod mincí.

Možné výsledky pokusu: padne panna nebo orel.

Hodnoty DNV: padne panna ..... X=1

padne orel .... X=0

$p(1) = P(X=1) = 0{,}5 = 50\%$

$p(0) = P(X=0) = 1-0{,}5 = 50\%$

Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 1: Hod mincí.

Možné výsledky pokusu: padne panna nebo orel.

Hodnoty DNV: padne panna ..... $X=1$

padne orel .... $X=0$

$p(1) = P(X=1) = 0{,}5 = 50\%$

$p(0) = P(X=0) = 1\text{-}0{,}5 = 50\%$

Příklad 2: Hod kostkou a čekání na 6ku.

Možné výsledky pokusu: padne šest nebo nepadne šest.

Hodnoty DNV: padne šest ..... $Y=1$

nepadne šest .... $Y=0$

$p(1) = P(Y=1) = 1/6$

$p(0) = P(Y=0) = 1\text{-}1/6 = 5/6$

Základy statistiky: **Diskrétní** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad 1: Hod mincí.

Možné výsledky pokusu: padne panna nebo orel.

Hodnoty DNV: padne panna ..... $X=1$

padne orel .... $X=0$

$p(1) = P(X=1) = 0{,}5 = 50\%$

$p(0) = P(X=0) = 1-0{,}5 = 50\%$

X ~ Alt(0,5)

Příklad 2: Hod kostkou a čekání na 6ku.

Možné výsledky pokusu: padne šest nebo nepadne šest.

Hodnoty DNV: padne šest ..... $Y=1$

nepadne šest .... $Y=0$

$p(1) = P(Y=1) = 1/6$

$p(0) = P(Y=0) = 1-1/6 = 5/6$

Y ~ Alt(1/6)