

Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

(ve zkratce DNV)

Nabývá pouze izolovaných hodnot z reálné osy (celá čísla, přirozená čísla, atp.).

DNV jsou například náhodné veličiny

X počet suchých dní v měsíci,
Z počet ok po jednom hodu kostkou,

Spojité náhodná veličina

(ve zkratce SNV)

Nabývá jakoukoliv reálnou hodnotu z nějakého intervalu.

SNV jsou například náhodné veličiny

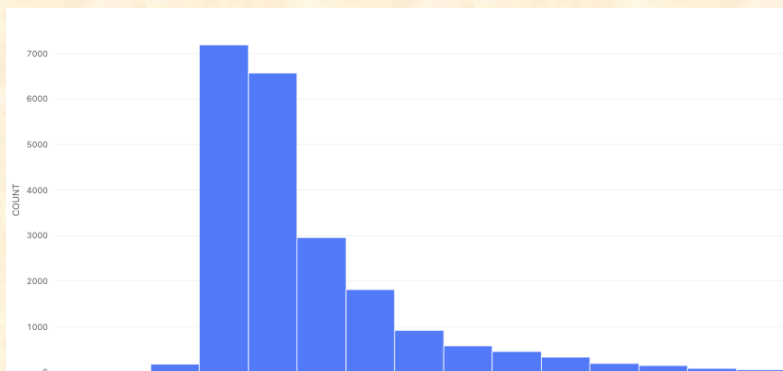
Y hodnota tlaku vzduchu,
M míra nezaměstnanosti,
N rychlost připojení internetu.

Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

pravděpodobnostní funkce

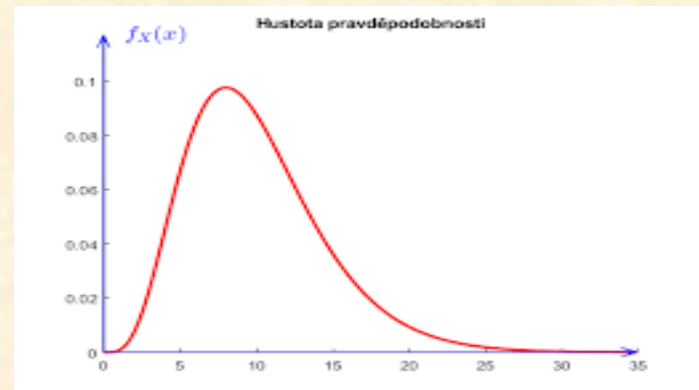
$$p(x) = P(X=x)$$



Spojité náhodná veličina

hustota pravděpodobnosti

$$f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} P(x < X \leq x+h)$$

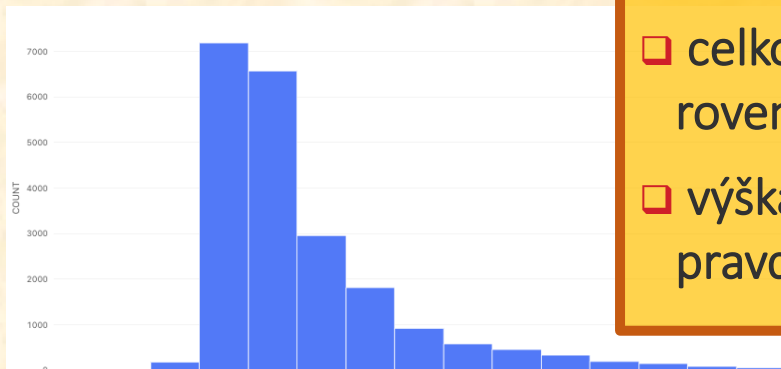


Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

pravděpodobnostní funkce

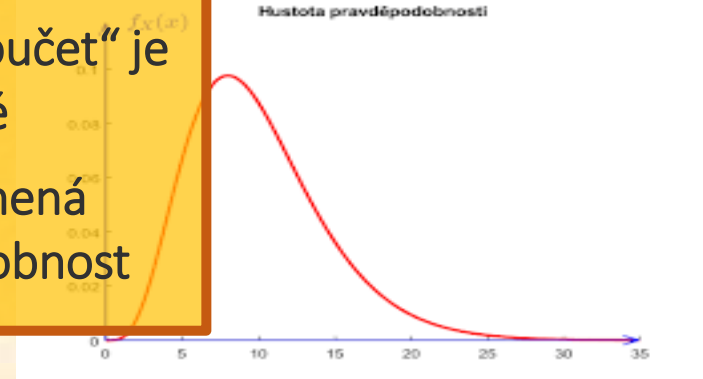
$$p(x) = P(X=x)$$



Spojité náhodná veličina

hustota pravděpodobnosti

$$f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(x < X \leq x+h)}{h}$$



Společné vlastnosti

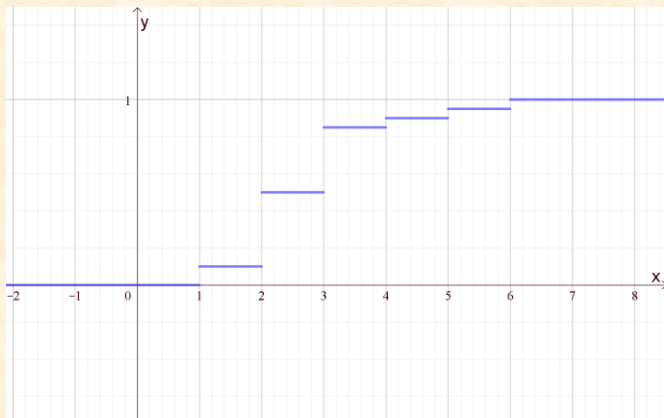
- ❑ hodnoty (pravděpodobnosti) od nuly do jedné
- ❑ celkový „součet“ je roven jedné
- ❑ výška znamená pravděpodobnost

Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

distribuční funkce

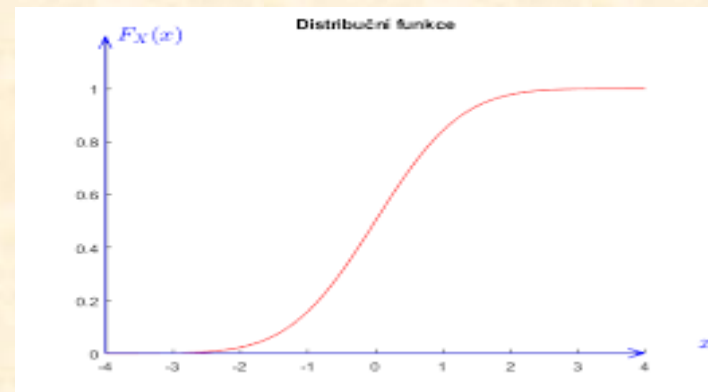
$$F(x) = P(X \leq x)$$



Spojité náhodná veličina

distribuční funkce

$$F(x) = P(X \leq x)$$

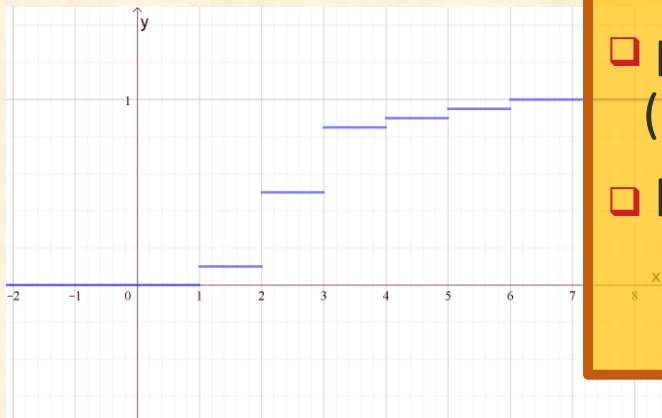


Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná veličina

distribuční funkce

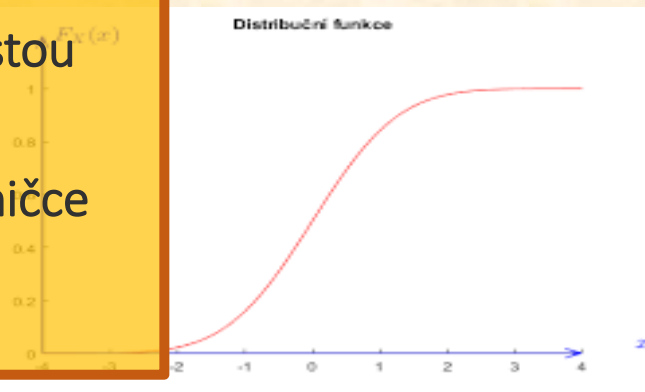
$$F(x) = P(X \leq x)$$



Spojitá náhodná veličina

distribuční funkce

$$F(x) = P(X \leq x)$$



Společné vlastnosti

hodnoty funkce

- ❑ začínají od nuly
- ❑ postupně rostou (kumulují)
- ❑ končí na jedničce

Základy statistiky: Náhodná veličina

Diskrétní náhodná
veličina

distribuční funkce

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Spojitá náhodná
veličina

distribuční funkce

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Základy statistiky: Náhodná veličina

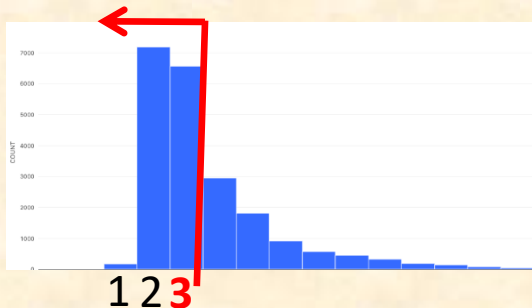
Diskrétní náhodná veličina

distribuční funkce

$$F(x) = P(X \leq x)$$

např. $F(3) = P(X \leq 3)$

$$= P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

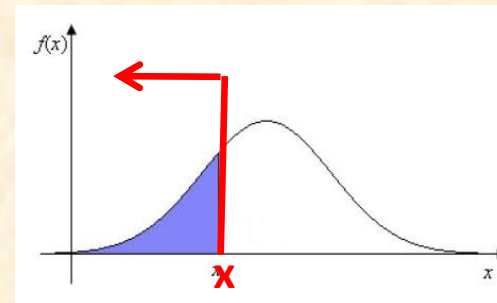


Spojité náhodná veličina

distribuční funkce

$$F(x) = P(X \leq x)$$

$$= \int_{-\infty}^x f(t) dt = \text{obsah plochy pod křivkou hustoty}$$



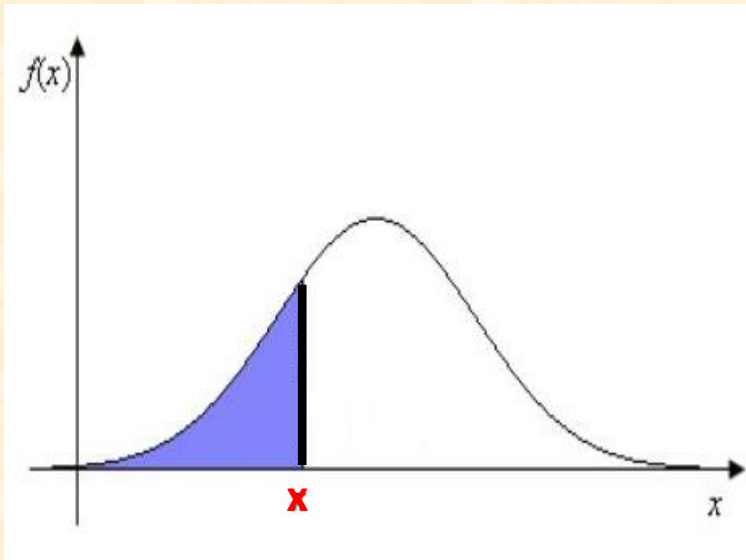
Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina

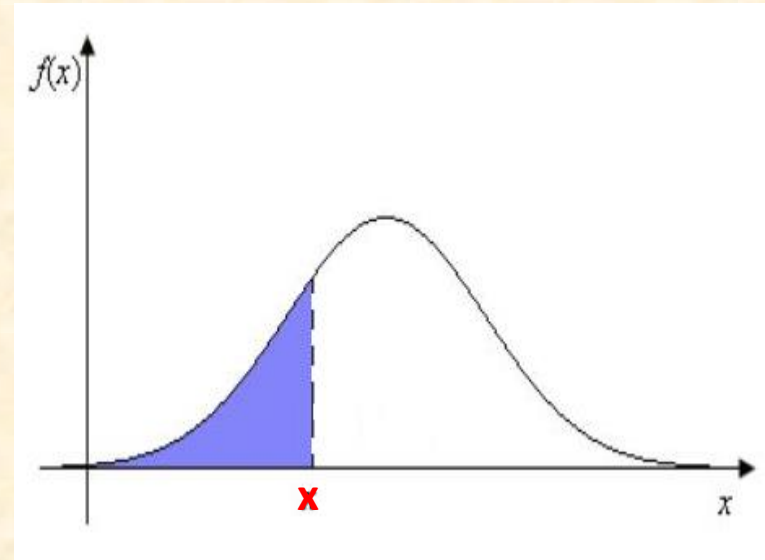
Z vlastností integrálů plyne, že v případě **spojité NV** platí rovnost

$$P(X \leq x) = P(X < x)$$

grafický význam rovnosti:



=



Jde o důsledek faktu, že $P(X=x) = \int_x^x f(t) dt = 0$

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina

Z vlastností integrálů a distribuční funkce plyne, že v případě **spojité NV** platí rovnosti

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$
$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina
nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

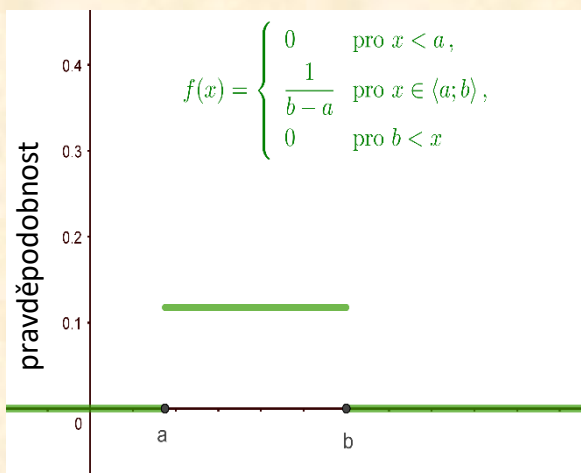
1. Rovnoměrné rozdělení:

realizace SNV vyplňují interval konečné délky a mají stejnou možnost výskytu (např. doba čekání na autobus, na výrobek u automatické linky)

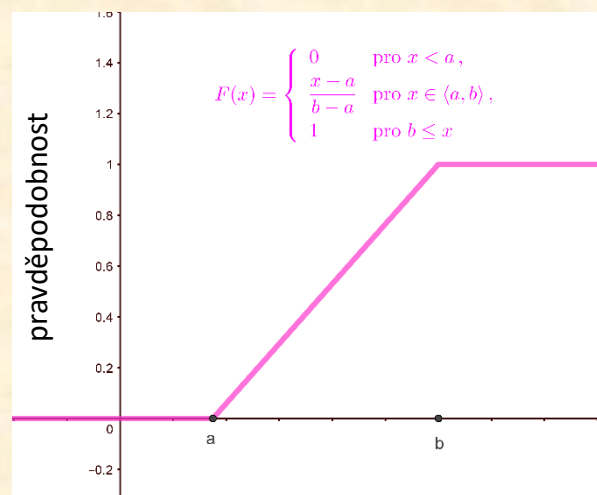
Zápis $X \sim \text{Ro}(a,b)$

parametry a, b hranice intervalu realizací náhodné veličiny

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách.
Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

-
-

-
-
-

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách.
Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

Náhodná veličina X doba čekání na příjezd tramvaje.

-
-

-
-
-

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách.
Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

Náhodná veličina X doba čekání na příjezd tramvaje.

Rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny je dáno hustotou pravděpodobností, která je

- v intervalu 0 až 10 minut konstantní,
- mimo tento interval je nulová,

$$\text{tj. } f(x) = \begin{cases} c & x \in \langle 0 ; 10 \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

-
-
-

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách.
Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

Náhodná veličina X doba čekání na příjezd tramvaje.

Rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny je dáno hustotou pravděpodobností, která je

- v intervalu 0 až 10 minut konstantní,
- mimo tento interval je nulová,

$$\text{tj. } f(x) = \begin{cases} c & x \in \langle 0 ; 10 \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Určete

- a) konstantu c
- b) distribuční funkci $F(x)$.
- c) pravděpodobnost , že cestující bude čekat
 - nejvýše 5 minut,
 - alespoň 3 minuty,
 - právě 7 minut

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Tramvaj jezdí v pravidelných intervalech po 10 minutách. Cestující může na zastávku přijít v libovolném okamžiku.

Náhodná veličina X doba čekání na příjezd tramvaje.

Rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny je dáno hustotou

- v intervalu 0 až 10 minut konstantní,
- mimo tento interval je nulová,

$$\text{tj. } f(x) = \begin{cases} c & x \in \langle 0 ; 10 \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Určete

- a) konstantu c
- b) distribuční funkci $F(x)$.
- c) pravděpodobnost , že cestující bude čekat
 - nejvýše 5 minut,
 - alespoň 3 minuty,
 - právě 7 minut

Z vlastností integrálů a distribuční funkce plyne, že v případě **spojité NV** platí rovnosti

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$
$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

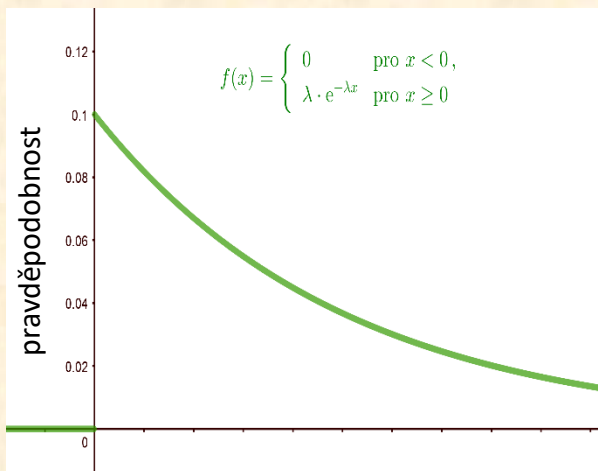
Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

2. Exponenciální rozdělení: Popisuje dobu čekání na **poissonovský jev**. Tedy doba, než nastane náhodný jev s Poissonovým, tj. diskrétním, rozdělením pravděpodobnosti.

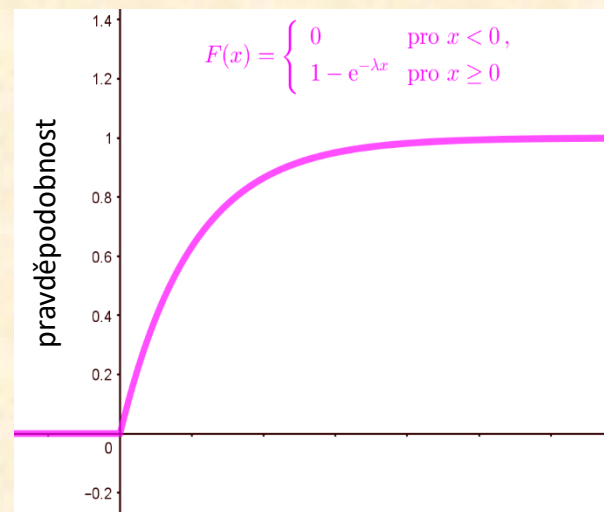
Zápis $X \sim \text{Ex}(\lambda)$

Parametr $\lambda = \frac{1}{\text{průměrná doba čekání}}$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



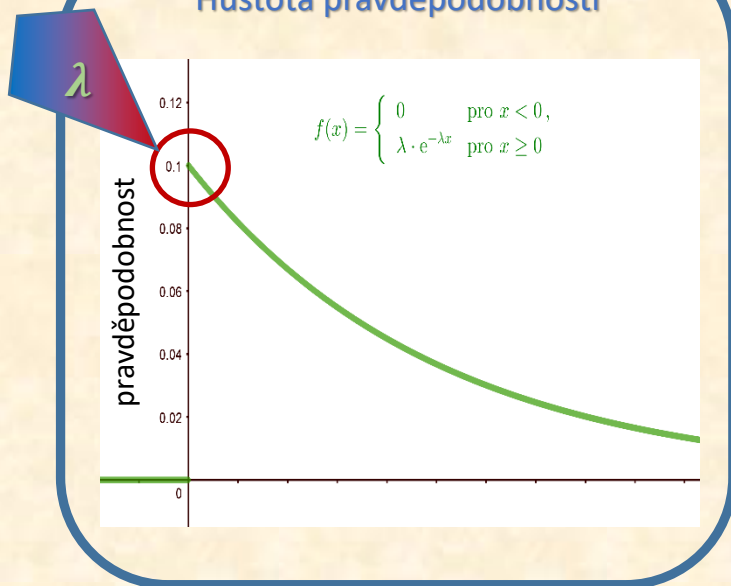
Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

2. Exponenciální rozdělení: Popisuje dobu čekání na **poissonovský jev**. Tedy doba, než nastane náhodný jev s Poissonovým, tj. diskrétním, rozdělením pravděpodobnosti.

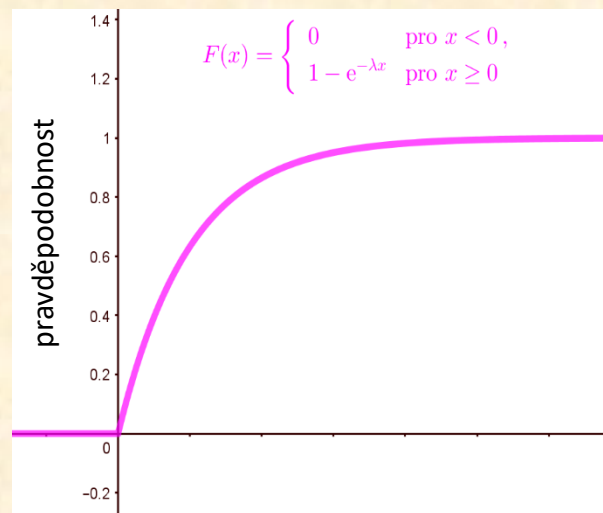
Zápis $X \sim \text{Ex}(\lambda)$

Parametr $\lambda = \frac{1}{\text{průměrná doba čekání}}$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



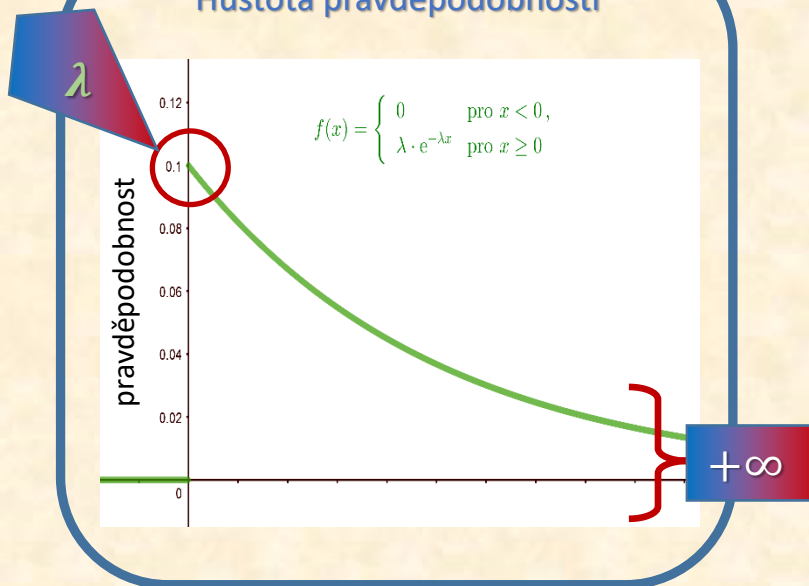
Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

2. Exponenciální rozdělení: Popisuje dobu čekání na **poissonovský jev**. Tedy doba, než nastane náhodný jev s Poissonovým, tj. diskrétním, rozdělením pravděpodobnosti.

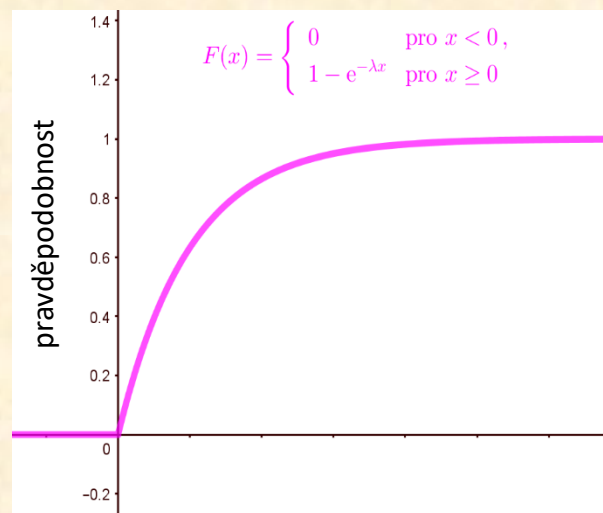
Zápis $X \sim \text{Ex}(\lambda)$

Parametr $\lambda = \frac{1}{\text{průměrná doba čekání}}$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



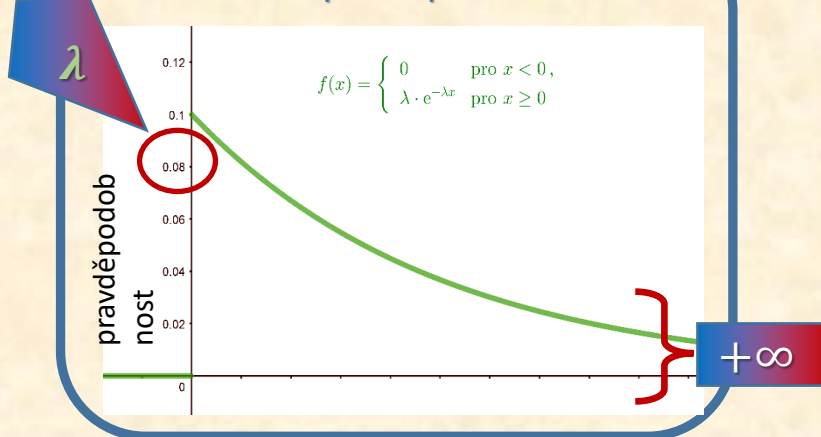
Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

2. Exponenciální rozdělení: Popisuje dobu čekání na **poissonovský jev**. Tedy doba, než nastane náhodný jev s Poissonovým, tj. diskrétním, rozdělením pravděpodobnosti.

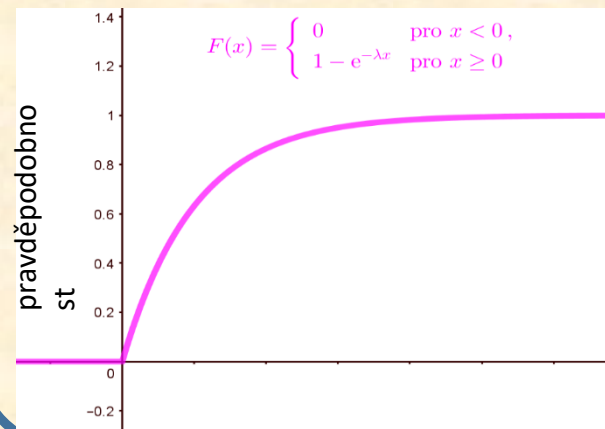
Zápis $X \sim Ex(\lambda)$

Parametr $\lambda = \frac{1}{\text{průměrná doba čekání}}$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



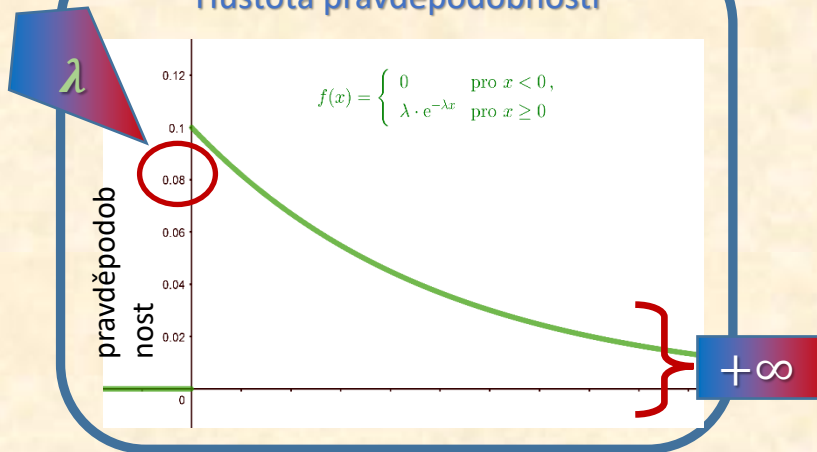
Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

2. Exponenciální rozdělení: Popisuje dobu čekání na **poissonovský jev**. Tedy doba, než nastane náhodný jev s Poissonovým, tj. diskrétním, rozdělením pravděpodobnosti.

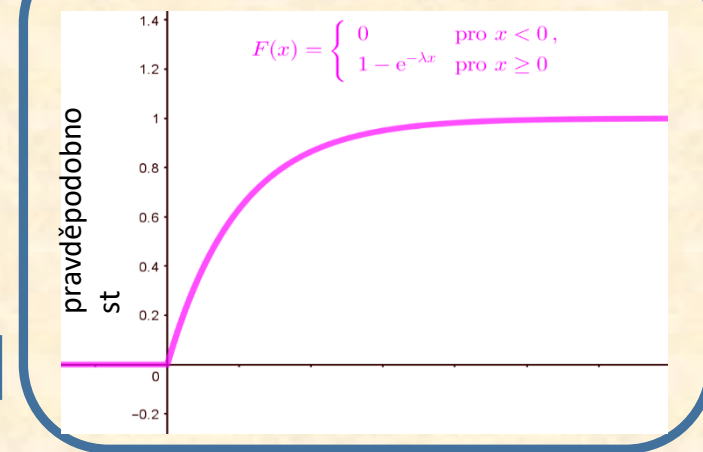
Zápis $X \sim \text{Ex}(\lambda)$

Parametr $\lambda = \frac{1}{\text{průměrná doba čekání}}$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Excel Expon.Dist(x ; λ ; NEPRAVDA)
Expon.Dist(x ; λ ; PRAVDA)

= $f(x)$
= $F(x) = P(X \leq x)$

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 3 minuty. Určete:

- a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny, která je dána dobou čekání na pivo,
- b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a
- c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 3 minuty. Určete:

- a) hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny, která je dána dobou čekání na pivo,
- b) pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a
- c) dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X doba čekání na číšníka. $\Rightarrow X \sim \text{Ex}(\frac{1}{3})$

Ad a)

Ad b)

Ad c)

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 3 minuty. Určete:

- hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny, která je dána dobou čekání na pivo,
- pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a
- dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X doba čekání na číšníka. $\Rightarrow X \sim \text{Ex}(\frac{1}{3})$

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$

Ad b)

Ad c)

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 3 minuty. Určete:

- hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny, která je dána dobou čekání na pivo,
- pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a
- dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X doba čekání na číšníka. $\Rightarrow X \sim \text{Ex}(\frac{1}{3})$

$$\text{Ad a) Hustota } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{a distribuce } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$$

Ad b) $P(X > 12\text{min})$

Ad c)

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$
$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 9 minut.

- hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny X (doba čekání na pivo),
- pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a
- dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X doba čekání na číšníka. => $X \sim \text{Ex}(\frac{1}{3})$

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12 \text{min})$

Ad c)

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 12 minut.

- hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny X (doba čekání na pivo),
- pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a
- dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X doba čekání na číšníka. => $X \sim \text{Ex}(\frac{1}{3})$

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12 \text{min}) = P(12 \text{min} < X < \infty) = \int_{12}^{\infty} f(x) dx = F(\infty) - F(12) = 1 - \text{Expon. Dist}(12 ; 1/3 ; \text{pravda})$

Ad c)

Navíc nezapomeňme, že

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$
$$= F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 12 minut.

- hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny X (doba čekání na pivo),
- pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a
- dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X doba čekání na číšníka. $\Rightarrow X \sim \text{Ex}(\frac{1}{3})$

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12\text{min}) = P(12\text{min} < X < \infty) = F(\infty) - F(12) =$
 $= 1 - \text{Expon.Dist}(12 ; 1/3 ; \text{pravda})$

Ad c)

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$
$$= F(b) - F(a)$$

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 12 minut.

- hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny X (doba čekání na pivo),
- pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a
- dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X doba čekání na číšníka. $\Rightarrow X \sim \text{Ex}(\frac{1}{3})$

Ad a) Hustota $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$ a distribuce $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$

Ad b) $P(X > 12\text{min}) = P(12\text{min} < X < \infty) = F(\infty) - F(12) =$
 $= 1 - \text{Expon.Dist}(12 ; 1/3 ; \text{pravda})$

Ad c) $P(0 < X \leq x) = 90\%$

Navíc nezapomeňme, že

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina

nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$
$$= F(b) - F(a)$$

Navíc nezapomeňme, že

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 12 minut.

- hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny X (doba čekání na pivo),
- pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a
- dobu čekání, během které bude zákazník obsloužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X doba čekání na číšníka. $\Rightarrow X \sim \text{Ex}(\frac{1}{3})$

$$\text{Ad a) Hustota } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{a distribuce } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Ad b) } P(X > 12\text{min}) = P(12\text{min} < X < \infty) = F(\infty) - F(12) =$$
$$= 1 - \text{Expon.Dist}(12 ; 1/3 ; \text{pravda})$$

$$\text{Ad c) } P(0 < X \leq x) = 90\%$$

$$P(0 < X \leq x) = 0,9$$

$$F(x) - F(0) = 0,9$$

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Doba čekání hosta na pivo v restauraci U Drápala je průměrně 3 minuty. Určete:

- hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci náhodné veličiny, která je dána dobou čekání na pivo,
- pravděpodobnost, že budeme čekat na pivo déle než 12 minut, a
- dobu čekání, během které bude zákazník obslužen s pravděpodobností 0,9

Náhodná veličina X doba čekání na číšníka. $\Rightarrow X \sim \text{Ex}(\frac{1}{3})$

$$\text{Ad a) Hustota } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{a distribuce } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{3}x} & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Ad b) } P(X > 12\text{min}) = P(12\text{min} < X < \infty) = F(\infty) - F(12) = \\ = 1 - \text{Expon.Dist}(12; 1/3; \text{pravda})$$

$$\text{Ad c) } P(0 < X \leq x) = 90\%$$

$$P(0 < X \leq x) = 0,9$$

$$F(x) - F(0) = 0,9$$

$$F(x) - 0 = 0,9$$

$$F(x) = 0,9$$

$$1 - e^{-\frac{1}{3}x} = 0,9 \quad \dots \text{ atd. } x = 11\text{minut a } 30\text{sekund}$$

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

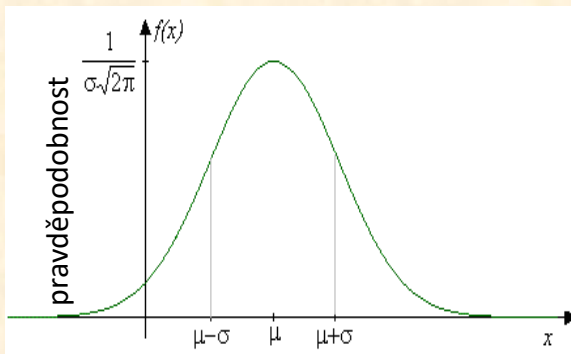
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

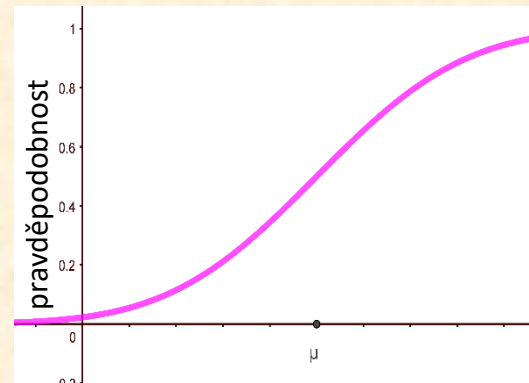
pro μ střední hodnotu a
 σ směrodatnou
odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) = $f(x)$
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) = $F(x) = P(X \leq x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

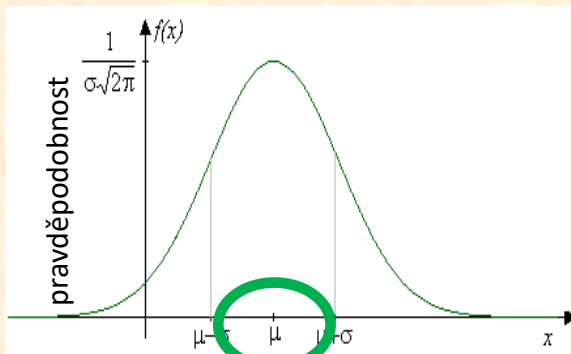
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \text{ pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

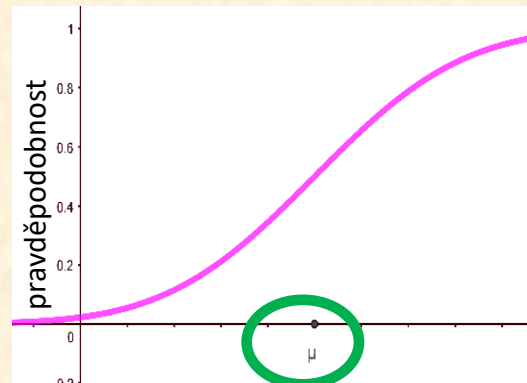
pro μ střední hodnotu a
 σ směrodatnou
odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) = $f(x)$
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) = $F(x) = P(X \leq x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

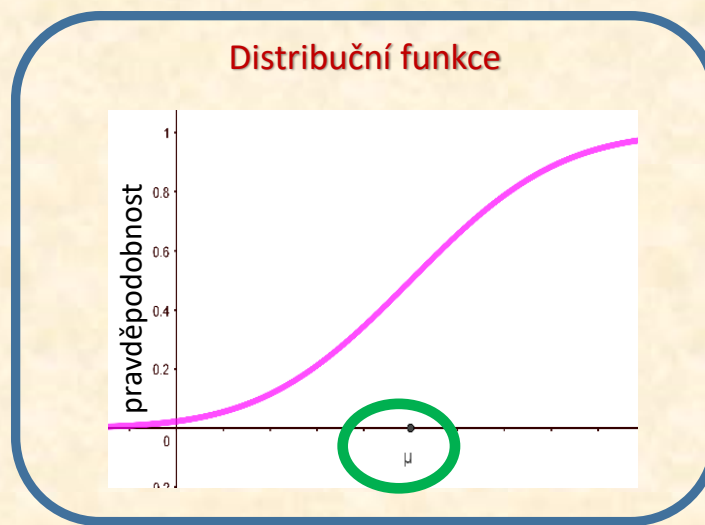
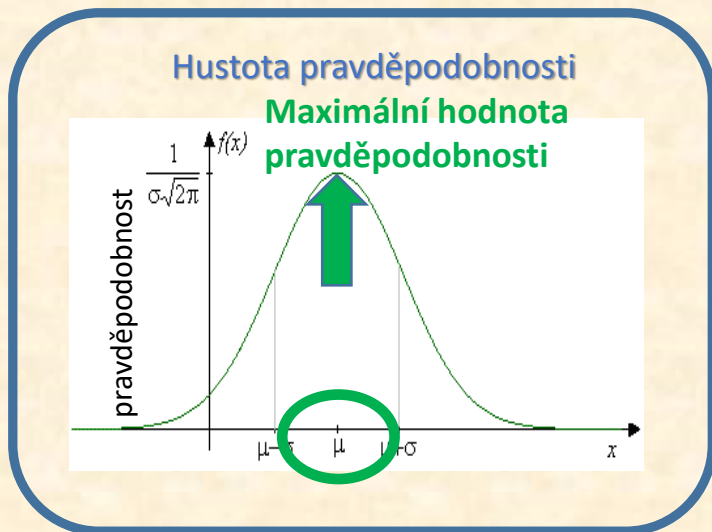
Nejčastější rozdělení SNV.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \text{ pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

pro μ střední hodnotu a
 σ směrodatnou
odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) = $f(x)$
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) = $F(x) = P(X \leq x)$



Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

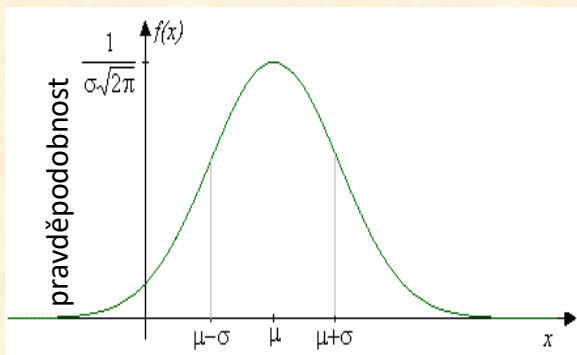
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

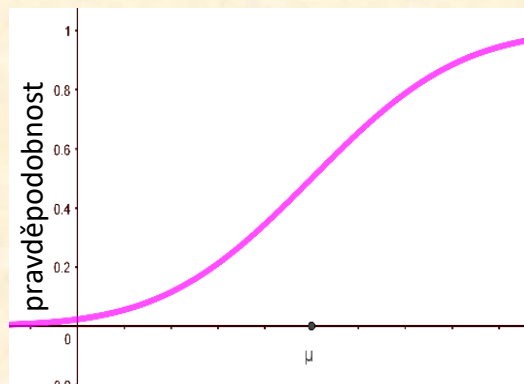
pro μ střední hodnotu a
 σ směrodatnou
odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) = $f(x)$
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) = $F(x) = P(X \leq x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

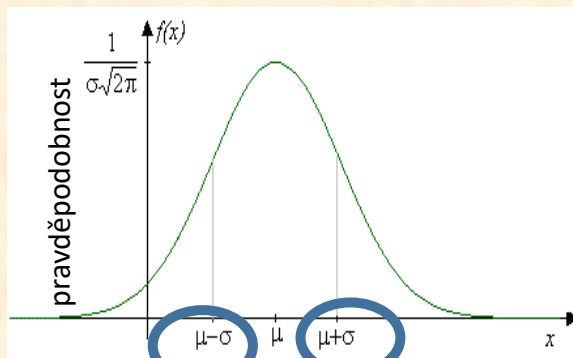
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \text{ pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

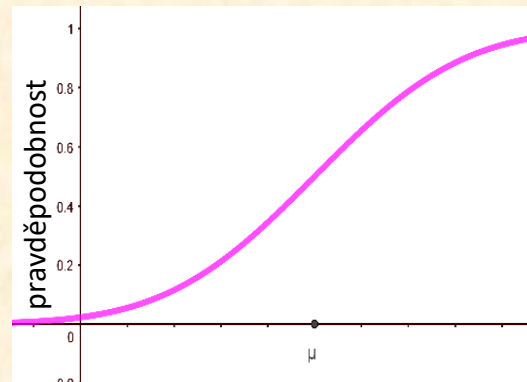
pro μ střední hodnotu a
 σ směrodatnou
odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) = $f(x)$
Norm.Dist(x ; μ ; σ ; PRAVDA) = $F(x) = P(X \leq x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

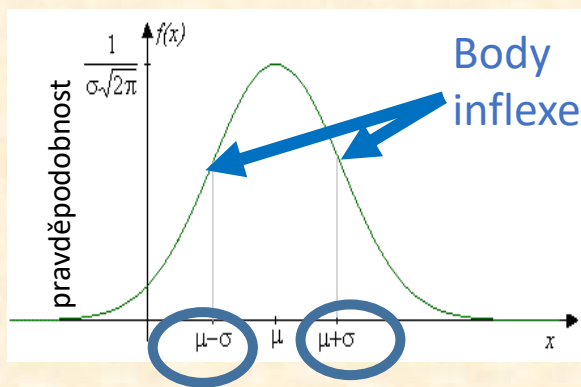
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \text{ pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

$$\text{Zápis } X \sim N(\mu, \sigma)$$

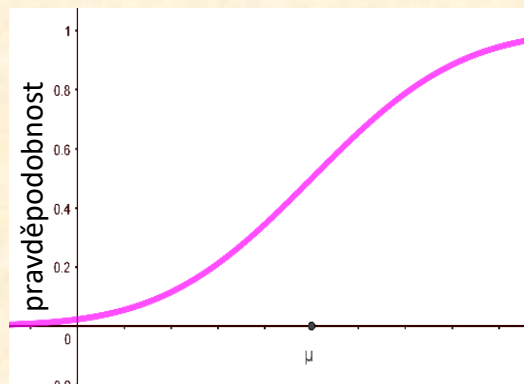
pro μ střední hodnotu a
 σ směrodatnou
odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) = $f(x)$
Norm.Dist(x ; μ ; σ ; PRAVDA) = $F(x) = P(X \leq x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

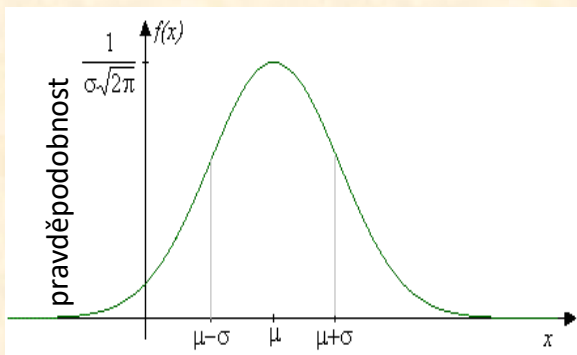
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

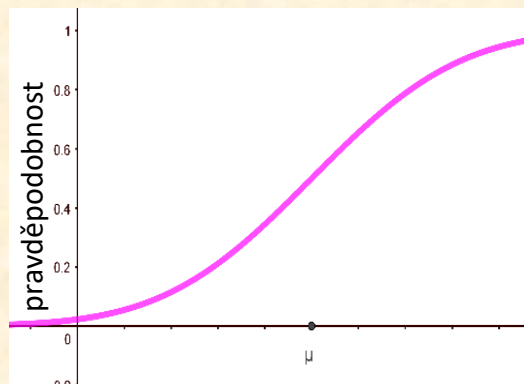
pro μ střední hodnotu a
 σ směrodatnou
odchylku

Excel Norm.Dist(x ; μ ; σ ; NEPRAVDA) = $f(x)$
Norm.Dist (x ; μ ; σ ; PRAVDA) = $F(x) = P(X \leq x)$

Hustota pravděpodobnosti



Distribuční funkce



Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

3. Normální rozdělení:

Nejčastější rozdělení SNV.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{pro } x \in (-\infty; +\infty)$$

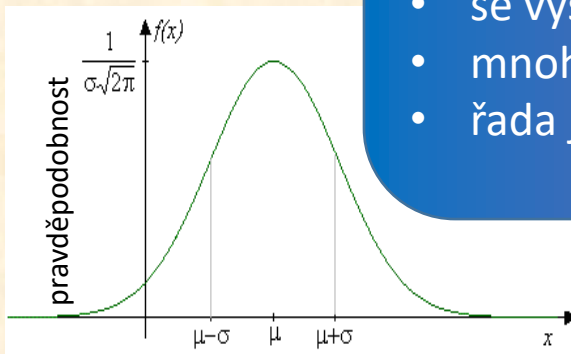
Zápis $X \sim N(\mu, \sigma)$

pro μ střední hodnotu a
 σ směrodatnou

Normální rozdělení bývá také označováno jako **Gaussovo rozdělení** (v anglicky psané literatuře nazývané *rozdělení zvonovitého tvaru* - **bell curve**).

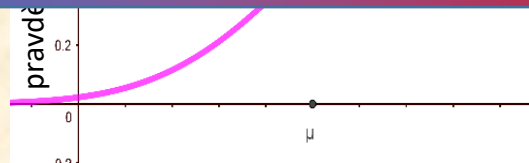
Excel Norm.Dist
Norm.Dist

Hustota pravděp



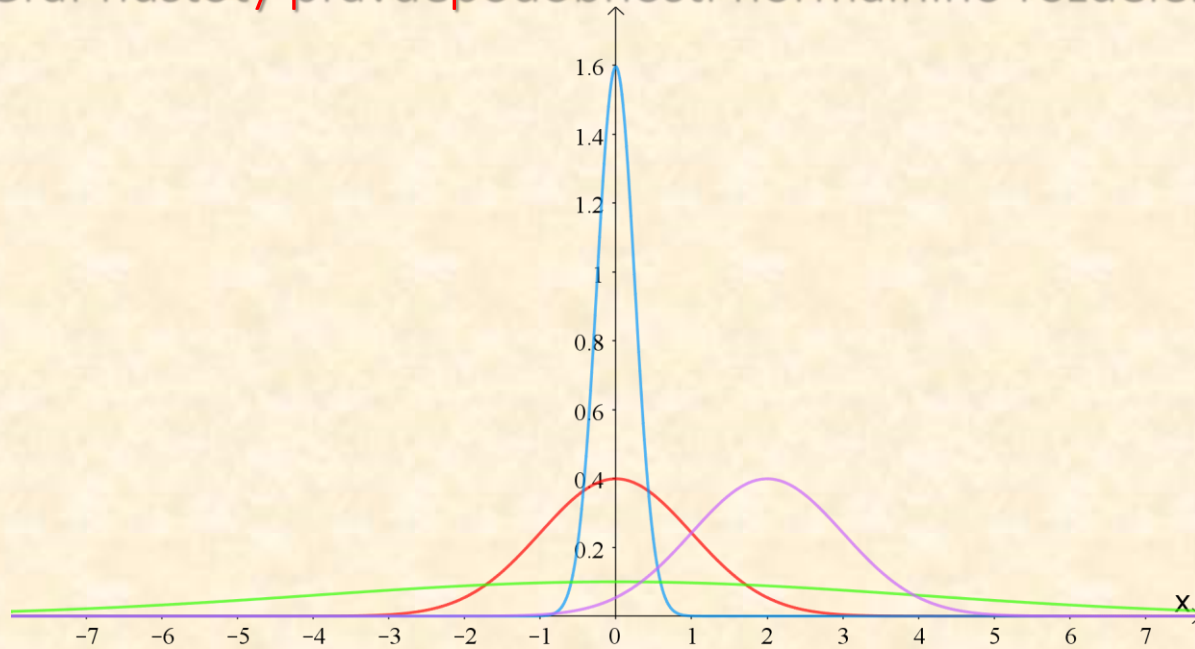
Je velmi důležité, neboť

- se vyskytuje nejčastěji,
- mnoho jiných rozdělení se mu blíží,
- řada jiných rozdělení se jím dá nahradit ... atd.



Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

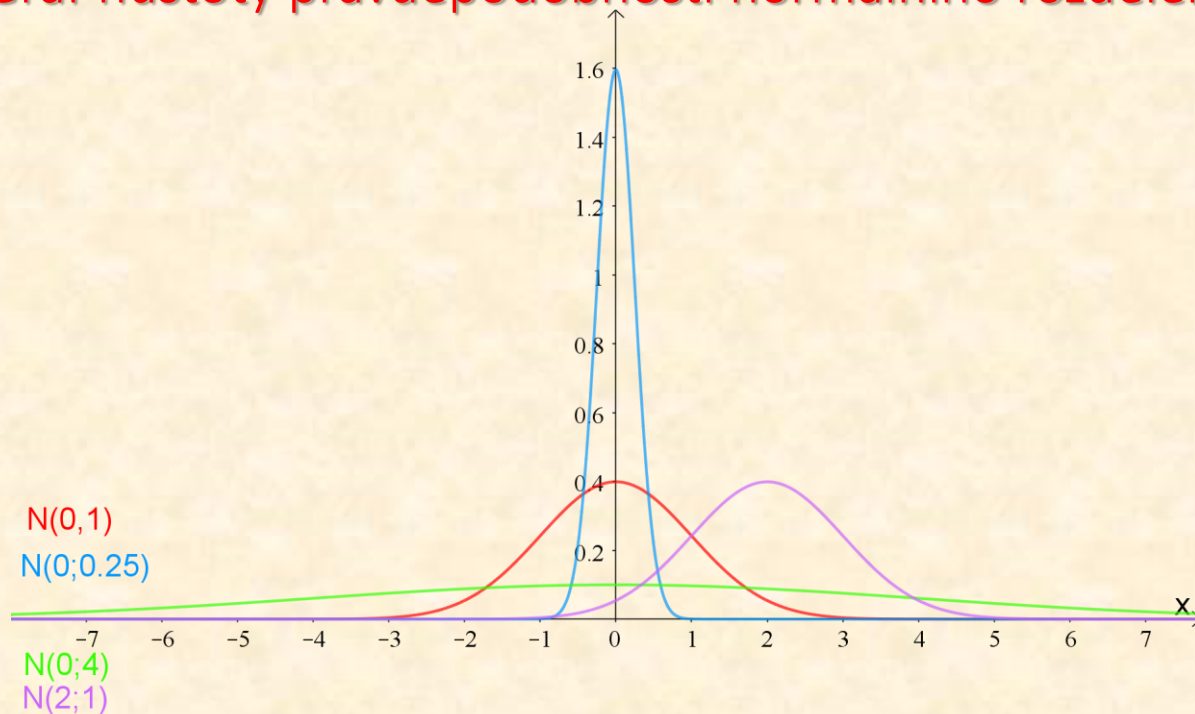
Graf hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení



Úkol: Odhadněte, která křivka odpovídá kterým parametrům normálního rozdělení.

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Graf hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení



Přesná odpověď: uvedeno v popisku obrázku

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má normální rozdělení s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má **normální rozdělení** s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má **normální rozdělení** s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

střední hodnota
označujeme μ

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má **normální rozdělení** s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

rozptyl
označujeme σ^2

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má **normální rozdělení** s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má normální rozdělení s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Řešení:

Příprava:

- z rozptylu vypočteme směrodatnou odchylku: $\sigma = \sqrt{400} = 20$ a
- převedeme čas 2 hodiny na *minuty*, tj. 2hod = 120min.

Výpočet



Závěr

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má normální rozdělení s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Řešení:

Příprava:

- z rozptylu vypočteme směrodatnou odchylku: $\sigma = \sqrt{400} = 20$ a
- převedeme čas 2 hodiny na minuty, tj. 2hod = 120min.

Výpočet:

$$P(X \leq 120) = F(120)$$

$$= \text{NORM.DIST}(120;105;20;\text{PRAVDA}) = 0,77$$



Závěr

Příklad: Čas potřebný na vypracování matematického testu na VŠ má normální rozdělení s průměrnou dobou 105 minut a rozptylem 400. Určete kolik procent studentů dokončí test maximálně za 2 hodiny.

Řešení:

Příprava:

- z rozptylu vypočteme směrodatnou odchylku: $\sigma = \sqrt{400} = 20$ a
- převedeme čas 2 hodiny na minuty, tj. 2hod = 120min.

Výpočet:

$$P(X \leq 120) = F(120)$$

$$= \text{NORM.DIST}(120;105;20;\text{PRAVDA}) = 0,77$$



Závěr:

77% studentů dokončí test do dvou hodin od začátku písemky.

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou $-0,3$ cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou $s = 0,5$ cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou $s = 0,5$ cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Náhodná veličina X velikost chyby měření.

Trojnásobek směrodatné odchylky $3 \cdot \sigma = 3 \cdot 0,5 = 1,5$ cm

$P(X \leq 1,5) =$

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou $s = 0,5$ cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Náhodná veličina X velikost chyby měření.

Trojnásobek směrodatné odchylky $3 \cdot \sigma = 3 \cdot 0,5 = 1,5$ cm

$P(X \leq 1,5) = F(1,5) = \text{Norm.dist}(1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; \text{pravda})$

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou $s = 0,5$ cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Náhodná veličina X velikost chyby měření.

Trojnásobek směrodatné odchylky $3 \cdot \sigma = 3 \cdot 0,5 = 1,5$ cm

$P(X \leq 1,5) = F(1,5) = \text{Norm.dist}(1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; \text{pravda})$

Stejné zadání ale jiná otázka:

Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí v absolutní hodnotě trojnásobek směrodatné odchylky?

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou $s = 0,5$ cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Náhodná veličina X velikost chyby měření.

Trojnásobek směrodatné odchylky $3 \cdot \sigma = 3 \cdot 0,5 = 1,5$ cm

$$P(X \leq 1,5) = F(1,5) = \text{Norm.dist}(1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; \text{pravda})$$

Stejné zadání ale jiná otázka:

Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí v absolutní hodnotě trojnásobek směrodatné odchylky?

$$\begin{aligned} P(-1,5 \leq X \leq 1,5) &= \\ &= F(1,5) - F(-1,5) = \end{aligned}$$

Základy statistiky: **Spojité** náhodná veličina nejčastější rozdělení pravděpodobnosti

Příklad:

Měření je zatíženo chybou -0,3 cm. Náhodné chyby měření mají normální rozdělení pravděpodobností se směrodatnou odchylkou $s = 0,5$ cm. Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí trojnásobek směrodatné odchylky?

Náhodná veličina X velikost chyby měření.

Trojnásobek směrodatné odchylky $3 \cdot \sigma = 3 \cdot 0,5 = 1,5$ cm

$$P(X \leq 1,5) = F(1,5) = \text{Norm.dist}(1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; \text{pravda})$$

Stejně zadání ale jiná otázka:

Jaká je pravděpodobnost, že chyba měření nepřekročí v absolutní hodnotě trojnásobek směrodatné odchylky?

$$P(-1,5 \leq X \leq 1,5) =$$

$$= F(1,5) - F(-1,5) =$$

$$= \text{Norm.dist}(1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; \text{pravda}) - \text{Norm.dist}(-1,5 ; -0,3 ; 0,5 ; \text{pravda})$$